COM 17/2-6

CR1/3

DE LA MÂTURE DES VAISSEAUX,

PIECE QUI A CONCOURU à l'occaſion du Prix propoſé l'an 1727. par Meſſieurs de l'Academie Royale des Sciences.

A PARIS, RUE S. JACQUES,

Chez CLAUDE JOMBERT, Libraire, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXVIII.

Avec Approbation & Privilege du Roi.

Reg. 5616

DE LA NATURE

DES

VAISSEAUX.

PIECE QUI A CONCOURU

à l'occasion du Prix proposé l'an 1747. par

Messieurs de l'Academie Royale des Sciences.

A PARIS, RUE S. JACQUES.

Chez CLAUDE JOMBERT, Libraire, au bas de la rue des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXVIII.

Avec Approbation & Privilege du Roi.

MEMOIRE

OU L'ON EXAMINE

Quelle eſt la meilleure maniere de mâter les Vaiſſeaux, tant par rapport à la ſituation qu'au nombre & à la hauteur des Mâts.

Illi robur & æs triplex
Circa pectus erat, qui fragilem truci
Commiſit pelago ratem
Primus, *Horat. l.* 1. *Od.* 3.

LA meilleure maniere de mâter les Vaiſſeaux conſiſte, 1°. à diſpoſer les Mâts de telle ſorte que la reſiſtance de l'eau contre le Vaiſſeau ſoit toujours en équilibre ſur le Mât, s'il n'y en a qu'un, ou ſur le centre de force de tous les Mâts, s'il y en a pluſieurs.

2°. A diſpoſer les Mâts de telle ſorte qu'ils ne ſe nuiſent point les uns aux autres, autrement il ſeroit inutile

d'en mettre plusieurs sur un même Vaisseau ; mais qu'ils puissent également recevoir le vent, & qu'ils en puissent recevoir le plus qu'il est possible.

3°. A proportionner si bien les hauteurs des Mâts aux places qu'ils occupent, que les Vaisseaux ne tanguent point trop, c'est-à-dire, qu'ils ne donnent point trop du nez dans l'eau.

4°. Enfin à bien proportionner les hauteurs des Mâts de differens Vaisseaux, à leur longueur, & à leur gabarit, afin qu'on en tire tout l'avantage possible dans la navigation.

C'est ce que nous allons examiner dans ce Memoire, après avoir fait voir quelle est la resistance qu'un corps solide en mouvement trouve dans un liquide qui est en repos.

CHAPITRE PREMIER.

Où l'on examine la resistance qu'un corps solide en mouvement rencontre dans un fluide en repos.

ARTICLE I.

LOrsqu'un corps solide est mû dans un fluide, il y trouve une resistance égale à l'effort que le fluide feroit sur lui s'il étoit en repos, & que le fluide se mût contre lui avec une vîtesse égale dans une direction opposée.

Ainsi au lieu de supposer que le corps solide se meut dans un fluide en repos, on peut supposer que c'est le fluide qui se meut contre le corps avec la même vîtesse que l'on auroit attribuée au corps, mais dans une direction contraire.

ARTICLE II.

Lorſqu'un plan ſe meut dans un fluide, il y trouve une reſiſtance perpendiculaire à lui-même, quelque inclinaiſon qu'il ait à la direction de ſon mouvement.

DEMONSTRATION.

1°. Si le plan eſt perpendiculaire à la direction de ſon mouvement, il eſt évident qu'il trouvera dans le fluide une reſiſtance perpendiculaire à lui-même. Fig. I.

2°. S'il eſt oblique à la direction de ſon mouvement, je dis qu'il trouvera auſſi une reſiſtance perpendiculaire à lui-même. Car ſoit un plan AB, ou plûtôt le profil d'un plan qui ſe meut ſuivant la direction CD dans un fluide quelconque, comme l'on peut ſuppoſer (ſuivant l'article premier,) que c'eſt le fluide qui ſe meut contre le plan ſuivant la direction DC, il eſt évident que le plan ſera pouſſé par chaque filet CD du fluide qui a la direction DC. D'un point quelconque P de cette direction DC, ſoit tirée PQ perpendiculaire au plan AB, & PO parallele au même plan; & ſoit achevé le parallelogramme POCQ. Il eſt évident que l'effort que le filet fait ſuivant la direction PC de ſon mouvement étant exprimé par PC, ſe décompoſe en deux autres efforts dont l'un eſt PQ perpendiculaire au plan, & l'autre PO parallele au même plan; mais l'effort PO étant parallele au plan ne fait aucune impreſſion ſur lui. Donc il ne reſte que l'effort PQ qui faſſe impreſſion ſur le plan. Donc un filet qui ſe meut obliquement contre un plan, fait contre lui un effort perpendiculaire.

Donc un plan qui ſe meut obliquement dans un fluide y trouve une reſiſtance perpendiculaire à lui-même.

COROLLAIRE I.

Puiſque l'effort du filet DC étant repreſenté par PC Fig. I.

ſe decompoſe en deux forces exprimées par PO, & PQ; il eſt évident que l'effort abſolu du filet DC, c'eſt-à-dire, l'effort qu'il feroit contre un plan perpendiculaire à ſa direction, eſt à l'effort qu'il fait contre le plan AB comme PC eſt à PQ; mais PC eſt à PQ comme le ſinus de l'angle droit PQC eſt au ſinus de l'angle PCQ que la direction DC du mouvement fait avec le plan AB.

Donc la force ou reſiſtance abſoluë d'un filet d'eau eſt à l'effort qu'il fait contre un plan comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle que la direction du mouvement fait avec le plan qui ſe meut.

COROLLAIRE II.

Fig. II. Si deux ſurfaces planes AB, MN differemment inclinées ſe meuvent ſuivant la même direction CD, la reſiſtance que le filet DC fera au plan AB ſera à la reſiſtance qu'il fera au plan MN, comme le ſinus de l'angle DCB eſt au ſinus de l'angle DCN.

Car ſi l'on appelle p l'effort abſolu du filet DC, c'eſt-à-dire, l'effort qu'il feroit contre un plan perpendiculaire à ſa direction;

f, l'effort qu'il fait contre le plan AB,

Et φ; l'effort qu'il fait contre le plan MN, & r, le ſinus total, l'on aura ſuivant le Corollaire premier,

$p : \varphi :: r :$ au ſinus de l'angle DCN

l'on aura auſſi par le même corollaire

$f : p ::$ ſinus de l'angle DCB : r.

Donc l'on aura, en multipliant par ordre,

$f : z ::$ le ſinus de l'angle DCB : eſt au ſin. de l'angle DCN.

C'eſt-à-dire, que les reſiſtances f, φ que le même filet fait à deux plans AB, MN differemment inclinez, ſont comme les ſinus des angles que ces plans font avec la direction CD de leur mouvement.

ARTICLE III.

Si pluſieurs plans égaux AB, AC ſont differemment inclinez aux directions MN de leur mouvement, les quantitez d'eau qui leur reſiſteront ſeront comme les ſinus des angles que ces plans feront avec les directions MN ou AF de leurs mouvemens. Fig. III.

Car ſi de l'extremité A commune à ces deux ſurfaces l'on decrit un arc de cercle par l'extremité B du plan AB; cet arc paſſera par l'extremité C du plan AC, parce que AB = AC. Et ſi l'on tire BD, CF perpendiculairement à la direction AF du mouvement des deux plans AB, AC, ces perpendiculaires exprimeront les quantitez d'eau qui s'oppoſeront aux plans AB. AC. & ſeront en même-tems les ſinus des angles FAB, FAC que les plans font avec la direction AF de leur mouvement. Donc les quantitez d'eau qui reſiſtent à deux plans égaux differemment inclinez à la direction AF de leur mouvement, ſeront entr'elles comme les ſinus des angles BAF, CAF que ces plans font avec la direction de leur mouvement.

COROLLAIRE.

Donc ſi pluſieurs plans inégaux AB, AM ſont differemment inclinez à la direction AN de leur mouvement, les quantitez d'eau qui leur reſiſteront ſeront comme les longueurs AB, AM des plans multipliées par les ſinus BD, CF des angles qu'ils font avec la direction AN de leur mouvement. Fig. IV.

Pour le démontrer, ſoit tiré un arc BQ & les perpendiculaires BD, CF, MN ſur la direction AN du mouvement des plans, les deux perpendiculaires BD, MN exprimeront les quantitez d'eau qui s'oppoſent au mouvement des plans AB, AM & les perpendiculaires BD, CF ſeront les ſinus des angles BAN, MAN que les plans

AB, AM font avec la direction AN de leur mouvement. Ainſi il s'agit de démontrer que les perpendiculaires BD, MN qui expriment les quantitez d'eau reſiſtantes, ſont entr'elles comme AB X BD & AM X CF

Or BD : CF : : BD : CF :

CF : MN : : AC : AM : : AB : AM

Donc en multipliant par ordre

BD : MN : : AB X BD : AM X CF

C'eſt-à-dire, que les quantitez d'eau BD, MN qui reſiſtent aux plans AB, AM ſont entr'elles comme les longueurs AB, AM de ces plans multipliées par les ſinus BD, CF des angles qu'ils font avec la direction AN de leur mouvement.

ARTICLE IV.

Si deux plans inégaux AB, AC *ſe meuvent avec la même viteſſe ſuivant la direction* AN *à laquelle ils ſont differemment inclinez ; je dis que les reſiſtances qu'ils trouveront ſeront comme leurs longueurs* AB, AM *multipliées par les quarrez des ſinus des angles qu'ils font avec la direction* AN *de leur mouvement.*

DEMONSTRATION.

Fig. IV. Si l'on ſuppoſe le fluide diviſé en une infinité de filets PR, PR paralleles à la direction AN du mouvement des plans ; il eſt évident que la reſiſtance du fluide au plan AB, ſera égale à la reſiſtance que lui feroit un filet PR multipliée par la quantité BD des filets qui lui reſiſtent.

De même la reſiſtance du fluide au plan AM eſt égal à la reſiſtance d'un filet PR multipliée par la quantité MN des filets qui lui reſiſtent.

Ainſi en nommant

f, la reſiſtance qu'un filet d'eau fait au plan AB,

φ, la reſiſtance que le même filet fait au plan AM,

p, la quantité des filets d'eau qui reſiſtent au plan AB,
ϖ, la quantité de filets qui reſiſtent au plan AM,
fp ſera la reſiſtance que le plan AB trouvera dans le fluide,
$\varphi\varpi$, ſera la reſiſtance que le plan AM trouvera dans le même fluide en ſe mouvant avec la même vîteſſe.

Mais ſuivant le Cor. II. de l'Art. II.
$f : \varphi :: BD, CF$ & ſuivant le Corollaire de l'Article III.
$p = BD : \varpi = MN :: AB \times BD : AM \times CF.$

Donc en multipliant par ordre

$$fp : \varphi\pi :: AB \times \overline{BD}^2 : AM \times \overline{CF}^2.$$

C'eſt-à-dire, que les reſiſtances fp, $\varphi\varpi$ que les plans AB, AM rencontrent dans un fluide où ils ſe meuvent avec la même vîteſſe, ſont entr'elles comme leurs longueurs AB, AM multipliées par les quarrez $\overline{BD}^2$, $\overline{CF}^2$ des ſinus des angles qu'ils font avec la direction AN de leur mouvement. *C. Q. F. D.*

Corollaire.

Si les plans AB & AM ſont égaux au lieu de

$$fp : \varphi\pi :: AB \times \overline{BD}^2 : AM \times \overline{CF}^2$$

l'on aura $fp : \varphi\pi :: \overline{BD}^2 : \overline{CF}^2$.

C'eſt-à-dire, que les reſiſtances fp, $\varphi\varpi$ que les plans égaux trouveront dans le même fluide où ils ſe meuvent avec la même vîteſſe ſeront entr'elles comme les quarrez des ſinus des angles que ces plans font avec la direction AN de leur mouvement.

CHAPITRE II.

Où l'on recherche la direction de la reſiſtance composée qu'une figure donnée rencontre dans le fluide où elle ſe meut, & le point par lequel doit paſſer cette direction.

ARTICLE I.

Déterminer la direction de la reſiſtance composée qu'un parallelepipede trouve dans un fluide où il ſe meut parallelement à ſa face ſuperieure ou inferieure, & déterminer le point par lequel paſſe cet effort composé.

SOLUTION.

Tirez EN perpendiculairement ſur le milieu de la face AD, & FM perpendiculairement ſur le milieu de l'autre face CD, le point P ſera celui par lequel doit paſſer la direction de la reſiſtance composée que le parallelepipede ABCD rencontre dans le fluide. Fig. V.

Car quelle que ſoit la direction du mouvement du corps, le fluide reſiſtera toujours perpendiculairement à ſes faces AD, CD ſuivant l'Article II. mais les efforts ou reſiſtances qui ſe font ſur les faces AD, CD ſont réunis au milieu E, F de ces faces. Donc EN étant perpendiculaire ſur le milieu de la face, AB ſera la direction de la reſiſtance qui ſe fait contre AD; & FM étant perpendiculaire ſur le milieu de CD, ſera la direction de la reſiſtance qui ſe fait contre le plan CD.

Donc le point P où ſe rencontrent ces deux perpendiculaires eſt celui par lequel doit paſſer la direction de la reſiſtance composée. Voyons maintenant quelle eſt cette direction.

Sur les perpendiculaires EN, FM, prenez PN & PM

en

en raiſon des réſiſtances que l'eau fait aux faces AD, CD. Et ayant achevé le parallelogramme PMON, tirez la diagonale OP, & cette diagonale ſera la veritable direction de la réſiſtance composée.

Mais nous avons vû dans l'Article IV. du Chapitre precedent, que la réſiſtance que l'eau fait au plan AD & la réſiſtance qu'elle fait au plan CD ſont entr'elles, comme les longueurs de ces plans multipliées par les quarrez des ſinus des angles que les plans font avec la direction de leur mouvement. Ainſi ſuppoſant que le mouvement ſe fait ſuivant AH ou GI, ſi l'on fait AD = DG & que l'on tire HDI perpendiculairement à la direction AH du mouvement, l'on aura (en prenant AD = DG pour le ſinus total,) HD pour le ſinus de l'angle HAD que le plan AD fait avec la direction AH, & DI ſera le ſinus de l'angle DGI que le plan CD fait avec ſa direction GI.

Donc il faut faire PN : PM :: AD × $\overline{DH}^2$: CD × $\overline{DI}^2$

Maintenant ſi le parallelepipede eſt rectangle, l'on aura DI = AH, parce que les triangles AHD, DIG ſeront ſemblables & égaux.

Donc on aura, PN : PM :: AD × $\overline{DH}^2$: CD × $\overline{AH}^2$

Mais $\overline{DH}^2$: $\overline{AH}^2$ :: KD : AK

Et par conſequent

AD × $\overline{DH}^2$: CD × $\overline{AH}^2$ :: AD × KD : CD × AK :: $\overline{DH}^2$: CD × AK.

Donc il faut faire PN : PM :: $\overline{DH}^2$: CD × AK.

Et la diagonale OP ſera la veritable direction de la réſiſtance composée que le parallelepipede rectangle ou plûtôt ſa ſection horiſontale rencontre dans le fluide où il ſe meut.

COROLLAIRE.

Donc ſi le parallelepipede ABCD eſt rectangle, la direction de la réſiſtance composée de celles que toutes ſes faces trouvent paſſera par ſon milieu.

Car il eſt évident que la direction de l'effort ou réſiſtance que trouvera chaque face paſſera par le milieu du parallelepipede rectangle, & par conſéquent la direction de la réſiſtance composée des réſiſtances qui ſe font à toutes les faces paſſera auſſi par le milieu du parallelepipede.

ARTICLE II.

Fig. VI. & VII. *Determiner la direction de la réſiſtance composée qu'un fluide fait à une lozange ou rhombe qui ſe meut parallelement à ſon plan.*

SOLUTION.

Soit le rhombe ABCD qui ſe meut dans ſon plan parallelement à AH; ſi l'on tire HDI perpendiculaire ſur HA, DH ſera le ſinus de l'angle DAH que la face AD fait avec la direction AH; & DI ſera le ſinus de l'angle DCI que la face DC fait avec la direction CI ou AH.

Donc ſi après avoir tiré ENP perpendiculairement ſur le milieu de AD, & FMP perpendiculairement ſur le milieu de CD, l'on fait PN : PM : : $\overline{DH}^2$: $\overline{DI}^2$, c'eſt-à-dire, comme la réſiſtance que trouve la face AD, eſt à la réſiſtance que trouve la face CD; & qu'on acheve le parallelogramme PMON, ſa diagonale PO ſera la direction de la réſiſtance composée que trouve le rhombe ABCD en ſe mouvant parallelement à AH.

COROLLAIRE I.

Il eſt évident que la direction PO de la réſiſtance composée qu'un rhombe trouve dans un fluide, ne paſſera pas toujours par le milieu T du rhombe, mais qu'elle y paſſera dans un cas, ſçavoir quand la direction AH du mouvement du rhombe diviſera un angle du rhombe en deux parties égales, & pour lors la direction du mouvement du rhombe ſe confondra avec la direction de la reſiſtance composée qu'il trouvera dans le fluide.

COROLLAIRE II.

Soit EP perpendiculaire ſur le milieu de AD, il eſt Fig. VI.
évident que la direction de l'effort ou réſiſtance composée paſſera par le point P où cette perpendiculaire coupe la diagonale AC, tant qu'il n'y aura que les faces AD, DC qui ſouffriront la réſiſtance du fluide, conjointement ou ſéparement.

ARTICLE III.

Etant donné un poligone ſemblable à un poligone inſcrit dans la coupe horiſontale d'un Vaiſſeau, determiner la direction de la reſiſtance composée qu'il trouve en ſe mouvant dans un fluide.

SOLUTION.

Soit ABCQFED le poligone proposé tel que AB=AD, Fig. VIII
BC=DE, CQ=EF & les angles ABC=ADE, tel en un mot que la quille GA le diviſe en deux parties ſemblables & égales. Il s'agit de déterminer la direction ϖp de la réſiſtance composée qu'il trouve dans le fluide; pour cela.

Soit tiré KPN perpendiculairement ſur le milieu de BA & LPM perpendiculairement ſur le milieu de AD, en-

ſuite ſoit fait PN : PM : : $\overline{AH}^2$: $\overline{AI}^2$. Et le parallelogramme MN étant achevé, ſoit tirée la diagonale PO : cette diagonale exprimera la réſiſtance composée de celles que les deux faces AB, AD trouvent dans le fluide.

Soit preſentement XRS perpendiculaire ſur le milieu de BC, laquelle rencontre en R le prolongement OT de la diagonale PO, & ſoit fait

RS : PN : : BC X $\overline{\lambda\mu}^2$: BA X $\overline{HA}^2$, c'eſt-à-dire, comme la réſiſtance que trouve le côté BC eſt à la réſiſtance que trouve le côté BA.

Enfin ayant pris RT = PO ſur le prolongement de PO. Soit achevé le parallelogramme TS : ſa diagonale RV ſera la réſiſtance composée des trois réſiſtances que trouvent les trois côtez AD, AB, BC.

Enfin ayant fait une perpendiculaire Yσ ſur le milieu de CQ, & ayant prolongé la diagonale RV juſqu'à ce que l'on ait $\varpi\delta$ = RV; ſoit $\varpi\sigma$: PN : : comme la réſiſtance que trouve le côté QC, eſt à la réſiſtance que trouve le côté AB, c'eſt-à-dire, comme QC X $\overline{\gamma\epsilon}^2$: eſt à BA X $\overline{HA}^2$ & ſoit achevé le parallelogramme $\delta\sigma$; ſa diagonale $\varpi\rho$ ſera la réſiſtance composée des reſiſtances que trouvent les côtez AD, AB, BC, CQ. *Ce qu'il falloit trouver.*

ARTICLE IV.

Trouver la direction de la réſiſtance composée qu'une courbe quelconque trouve dans le fluide où elle ſe meut dans ſon plan.

SOLUTION.

Soit AMD une courbe qui ſe meut dans ſon plan ſuivant la direction AF. que AB perpendiculaire à la direction AF du mouvement ſoit priſe pour la ligne des coupées, & PM, *pm* paralleles à la direction du mouvement ſoient priſes pour les ordonnées.

Pour avoir la direction de la réſiſtance composée que la courbe trouve, il eſt évident qu'il n'y a qu'à trouver la ſomme de toutes les réſiſtances que la courbe trouve parallelement à la ligne des coupées, & la ſomme des reſiſtances que la même courbe trouve parallelement aux ordonnées, enſuite faire un parallelogramme HG dont les côtez adjacents BG, BH ſoient proportionnels à ces deux ſommes, & en même-tems paralleles aux coupées & aux ordonnées. Cela posé, la diagonale LB ſera parallele à la direction de la réſiſtance composée que la courbe trouve en ſe mouvant dans le fluide avec une direction AF. Fig. IX.

Soient deux ordonnées infiniment proches PM, *pm*. Et deux filets d'eau MF, *m*F auſſi infiniment proches.

Et ſoit fait la coupée AP = x

l'ordonnée MP = y

la differentiele P*p* ou MC de la coupée = dx

la differentiele C*m* de l'ordonneé = dy

& la differentiele M*m* de la courbe = dz

Soit la force abſoluë d'un filet d'eau MF = f.

l'on aura la force abſoluë de l'eau MF*Fm* qui s'oppoſe au mouvement de la differentiele M*m*; = $f \times$ MC = fdx.

Mais la force abſoluë de l'eau eſt à la réſiſtance qu'elle fait au mouvement d'un plan comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle que le plan fait avec la direction de ſon mouvement. (Chap. I. Art. II. Cor. I.)

Ainſi nommant φ la réſiſtance que l'eau FM*m*F fait au mouvement de la differentiele M*m*. L'on aura $fdx : \varphi ::$ comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle FM*m* ou M*m*C. :: *m*M = dz : MC = dx.

C'eſt-à-dire, que l'on aura $fdx : \varphi :: dz : dx$

D'où l'on tire $\varphi = \frac{fdx^2}{dz}$. Et en faiſant la force abſoluë f égale à l'unité, l'on aura $\varphi = \frac{dx^2}{dz}$ pour la réſiſtance que le fluide fait à chaque differentiele de la courbe.

Mais cette réſiſtance $\varphi = \frac{\overline{dx}^2}{dz}$ étant perpendiculaire à la differentiele Mm ſe décompoſe en deux réſiſtances, dont l'une eſt ſuivant MQ parallele aux coupées, & l'autre ſuivant MP parallele aux ordonnées PM.

Or ces deux forces ſuivant MP, & MQ étant nommées p, π

L'on aura $\varphi = \frac{\overline{dx}^2}{dz} : p :: MS : MP :: dz : dx$.

Donc la réſiſtance p que chaque differentiele de la courbe trouve parallelement à ſes ordonnées eſt égale $\frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2}$.

L'on aura de même $\varphi = \frac{\overline{dx}^2}{dz} : \pi :: MS : MQ :: dz : dy$.

Donc la réſiſtance ϖ que chaque differentiele de la courbe trouve parallelement aux coupées eſt égale $\frac{dy\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2}$.

Donc l'integrale $\int \frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2}$ eſt la réſiſtance que la courbe trouve parallelement aux ordonnées MP; & $\int \frac{dy\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2}$ la réſiſtance qu'elle trouve parallelement aux coupées AP.

Maintenant ſi par un point quelconque B l'on fait BH parallele aux ordonnées MP, & BG parallele aux coupées AP; & que l'on faſſe $BH : BG :: \int \frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2} : \int \frac{dy\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2}$.

En achevant le paralellogramme HG, ſa diagonale LB ſera parallele à la réſiſtance composée que la courbe AMB trouve en ſe mouvant ſuivant la direction AF.

Appliquons maintenant ce raiſonnement à une courbe donnée, par exemple, à un arc de cercle.

EXEMPLE.

Soit la courbe AMD un arc de cercle qui ſe meut dans un fluide parallelement à AF, & dont le centre ſoit en S.

Soit tirée SE parallelement à la direction AF du mouvement & aux ordonnées PM, & ſoit tirée SG parallelement à la ligne AB des coupées. Fig. 10.

Cela posé ſoient les raïons SG, SA, SM, SE $= r$

L'ordonnée PM . . . . . $= y$

La coupée AP . . . . . $= x$

Les lignes AH, PI, BL . . . . $= b$

La ligne AB ou HL . . . . . $= a$

La ligne SH . . . . . $= c$

L'on aura $\overline{AH}^2 = \overline{SA}^2 - \overline{SH}^2$ ou $bb = rr - cc$.

Et $SI = SH - AP = c - x$

L'on aura $IM = PI + PM = b + y$.

Donc

$\overline{IM}^2 = (bb + 2by + yy) = \overline{SM}^2 - \overline{SI}^2 = (rr - cc + 2cx - xx)$

& mettant, bb, en la place de ſon égale, $rr - cc$,

L'on aura $\overline{IM}^2 = bb + 2by + yy = bb + 2cx - xx$.

D'où l'on tire $y = \sqrt{2cx - xx + bb} - b$

Et par conséquent $dy = \frac{cdx - xdx}{\sqrt{2cx - xx + bb}}$.

Cela posé, voyons quelle eſt la ſomme $\int \frac{dy\,dx^2}{dz^2}$ des réſiſtances qui ſe font parallelement à AP.

A cauſe des triangles ſemblables mCM, MIS l'on aura

$MC^2 = \overline{dx}^2 : M\overline{m}^2 = \overline{dz}^2 :: \overline{IM}^2 = bb + 2cx - xx : \overline{SM}^2 = rr$

Donc $\frac{\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2} = \frac{bb + 2cx - xx}{rr}$ laquelle étant multipliée par l'équation $dy = \frac{cdx - xdx}{\sqrt{2cx - xx + bb}}$,

l'on aura $\frac{dy\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2} = \frac{\sqrt{2cx-xx+bb}\times\overline{c-x}\times dx}{rr}$ dont on trouvera l'integrale comme il ſuit ;

Soit $u = \sqrt{2cx-xx+bb}$, l'on aura $uu = 2cx-xx+bb$ & par conſéquent $cc-2cx+xx = bb+cc-uu$,

& . . . . . $c-x = \sqrt{bb+cc-uu}$

Donc . . . . . $dx = \frac{udu}{\sqrt{bb+cc-uu}}$,

multipliant les deux dernieres équations l'une par l'autre.

L'on aura $\overline{c-x}\times dx = udu$, laquelle équation étant multipliée par celle-ci $\sqrt{2cx-xx+bb} = u$ l'on aura $\sqrt{2cx-xx+bb}\times\overline{c-x}\times dx = uudu$,

& par conſéquent $\frac{\sqrt{2cx-xx+bb}\times\overline{c-x}\times dx}{rr} = \frac{uudu}{rr}$

& tirant les integrales, l'on aura

$$\int\frac{\sqrt{2cx-xx+bb}\times\overline{c-x}\times dx}{rr} = \frac{u^3}{3rr} = \frac{\sqrt{2cx-xx+bb}\times 2cx-xx+bb}{3rr}$$

qui eſt l'integrale demandée, laquelle exprime la ſomme de toutes les réſiſtances qui ſe font parallelement aux coupées AP contre la courbe AM. Mais comme cette integrale ne ſe détruit point en faiſant $x = o$, & qu'il reſte $\frac{b^3}{3rr}$ il faut en retrancher $\frac{b^3}{3rr}$ & le reſte $\frac{\sqrt{2cx-xx+bb}\times 2cx-xx+bb-b^3}{3rr}$ ſera la veritable integrale qui exprime la ſomme des réſiſtances que l'arc AM trouve parallelement aux coupées AP.

Voyons maintenant quelle eſt la ſomme $\int\frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2}$ des réſiſtances que l'arc AM trouve parallelement aux ordonnées.

Puiſque

Puiſque nous avons déja trouvé $\frac{\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2} = \frac{2cx - xx + bb}{rr}$ l'on aura en multipliant par dx, $\frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2} = \frac{\overline{2cx - xx + bb} \times dx}{rr}$ & tirant les integrales l'on aura $\int \frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2} = \frac{cxx - \frac{x^3}{3} + bbx}{rr}$ laquelle integrale eſt la ſomme des réſiſtances que l'arc AM trouve parallelement aux ordonnées PM.

Donc ſi l'on fait SQ parallele aux coupées, SO parallele aux ordonnées, & que l'on prenne SQ : SO

$$:: \frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{2cx - xx + bb - b^3}}{3rr} : \frac{cx^2 - \frac{x^3}{3} + bbx}{rr}$$

$:: \sqrt{2cx - xx + bb} \times 2cx - xx + bb - b^3 : 3cxx - x^3 + 3bbx$, & qu'on acheve le parallelogramme OQ, ſa diagonale ST ſera parallele à la direction de la réſiſtance composée que l'arc AM trouve en ſe mouvant dans un fluide parallelement à AF. *Ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE.

Si le point S d'où partent les proportionnelles SO, SQ aux réſiſtances que la courbe trouve parallelement aux coupées & aux ordonnées eſt le centre de l'arc, la diagonale TS qui paſſera par ce centre S, ſera la véritable direction de la réſiſtance composée que l'arc AM trouve dans le fluide.

Car la réſiſtance que chaque filet du fluide fait à l'arc AM eſt perpendiculaire à cet arc, & eſt par conſéquent dirigée vers le centre. Donc la réſiſtance composée de toutes ces réſiſtances paſſera auſſi par le centre.

COROLLAIRE II.

Si l'on veut avoir la réſiſtance composée que tout l'arc AM trouve, il faudra faire AP = AB, c'eſt-à-dire, $x = a$

& pour lors l'on aura

$SQ : SO :: \sqrt{2ca-aa+bb} \times \overline{2ca-aa+bb-b^3} : 3caa+3bba-a^3$

& la diagonale ST ſera la réſiſtance composée que toute la courbe AMD trouve dans le fluide en ſe mouvant parallelement à AF.

COROLLAIRE III.

Si l'arc AD devenoit = GD enſorte que la direction AF du mouvement lui fût tangente à l'extremité G.

Il eſt évident que $AH = b$ deviendroit = o.

& que $SH = C$ deviendroit $= r$. Et AB ou $a = LG$.

Ce qui changeroit l'analogie du Corollaire précedent en celle-ci

$SQ : SO :: \sqrt{2ra-aa} \times 2ra-aa : 3raa-a^3 :: \sqrt{2r-a} \times a :$

$\overline{\frac{3r-a \times a}{2r-a}} :: \sqrt{2SG-LG \times LG} = LD : \frac{\overline{3SG-LG} \times LG}{2SG-LG}$ d'où l'on tire cette conſtruction.

CONSTRUCTION.

Fig. XI. Ayant achevé le demi-cercle ADEX & prolongé DL juſqu'en N en ſorte que $LN = 3\,SG - LG$, tirez NX & lui menez par le point G une parallele GZ ; vous aurez

$LZ = \frac{\overline{3SG-LG} \times LG}{2SG-LG}$.

Car à cauſe des paralleles NX, AZ l'on aura

$LX = 2SG - LG : LN = 3SG - LG :: LG : LZ.$

D'où l'on tire $LZ = \frac{\overline{3SG-LG} \times LG}{2SG-LG}$.

Ainſi faiſant $SQ = LD$ & $SO = LZ$, ou en faiſant $SQ : SO :: LD : LZ$ & achevant le parallelogramme QO ſa diagonale ST ſera la direction de la réſiſtance composée que la courbe GD trouve dans le fluide en ſe mouvant ſuivant une direction GF qui le touche à ſon extremité G.

COROLLAIRE IV.

Si la courbe GD, qui eſt touchante par ſon extremité G à la direction de ſon mouvement, étoit un quart de cercle AE; il eſt évident que LG=*a* deviendroit=SG=*r* ce qui changeroit l'analogie du Corollaire précedent en celle-ci, Fig. XI.

$SQ : SO :: r^3 : 2r^3 :: 1 : 2$

Ainſi en faiſant SQ : SO : : 1 : 2 la diagonale ST ſera la direction de la réſiſtance composée que le quart de cercle trouve dans un fluide, lorſque la direction de ſon mouvement le touche à ſon extrémité.

ARTICLE V.

L'angle que fait la quille d'un Vaiſſeau avec la direction de ſon mouvement étant donné : déterminer la direction de la réſiſtance que rencontre une ſection horiſontale de Vaiſſeau terminée par pluſieurs arcs de cercles. Fig. XII.

SOLUTION.

Soit ABCGDE la ſection horizontale terminée par les arcs AB, AH, BC, DE, & ſoit CF, ou BF la direction de ſon mouvement.

Il eſt évident que l'arc AE ſera touché en un point E par la direction EF du mouvement du Vaiſſeau. Ainſi connoiſſant ſon centre H l'on pourra par le Corollaire III. de l'article précedent déterminer la direction KH de la réſiſtance qu'il trouve dans le fluide ſuivant la direction EF, ou AF.

Comme l'arc AB n'eſt point touché par la direction BF, ou AF de ſon mouvement : Si l'on connoît ſon centre I l'on pourra trouver par le Corollaire II. de l'Art. précedent, la direction LI de la réſiſtance qu'il trouve en ſe mouvant ſuivant la direction BF.

L'on pourra de même trouver par le Corollaire II. de l'Article précedent la direction RS de la réſiſtance que trouve l'arc BC.

Maintenant ſi l'on fait PM à PN comme la réſiſtance composée que trouve l'arc AE eſt à la réſiſtance que trouve l'arc AB dans le mouvement du Vaiſſeau ſuivant AF, & qu'on acheve le parallelogramme MN, ſa diagonale PO ſera la direction de la réſiſtance composée que trouvent ces deux arcs AE, AB.

Enfin après avoir prolongé cette diagonale PO en V, en ſorte que TV = PO, ſi l'on fait TS à PM comme la réſiſtance composée qui ſe fait ſur l'arc BC eſt à la réſiſtance composée qui ſe fait contre l'arc AE & qu'on acheve le parallelogramme VS, ſa diagonale TX ſera la direction de la réſiſtance composée que la ſection horiſontale ABCDE trouve dans le fluide où elle ſe meut ſuivant la direction AF.

REMARQUE.

Il paroît d'abord que cette ſolution n'eſt point complette, attendu que les Corollaires II. & III. de l'Article précedent ne donnent point les efforts compoſez ou réſiſtances composées qui ſe font contre les arcs de cercles, mais ſeulement leurs directions. Mais cette difficulté ſera bientôt levée ſi l'on fait attention que nous avons trouvé dans l'exemple de l'Article IV. la ſomme des efforts ou réſiſtances que l'arc trouve parallelement aux coupées avec la ſomme des réſiſtances que le même arc trouve parallelement aux ordonnées, & comme les directions de ces deux ſommes ſont à angle droit, il eſt évident que la racine quarrée de la ſomme de leurs quarrez ſera la valeur de la réſiſtance composée que l'arc trouve en ſe mouvant dans le fluide.

Donc l'on pourra prendre PM, PM, TS dans les rapports des réſiſtances composées que les arcs AE, AB, BC

trouvent en ſe mouvant dans le fluide ſuivant la direction BC.

CHAPITRE III.

Où l'on examine quel eſt l'endroit le plus avantageux pour planter le mât lorſqu'il n'y en a qu'un.

PRemierement il eſt certain que le Mât doit toujours être planté dans un point de la quille du Vaiſſeau, afin que le Vaiſſeau ait les mêmes avantages des deux côtez de la quille.

2°. Le Mât doit être planté dans un lieu tel que la réſiſtance de l'eau contre le Vaiſſeau ſoit toujours en équilibre ſur le Mât, autrement le Vaiſſeau ne pourroit garder la direction qu'on lui auroit donnée.

Mais la réſiſtance que le Vaiſſeau trouve dans l'eau ne ſçauroit être en équilibre ſur le Mât, que le Mât ne ſoit planté dans la direction de la réſiſtance composée que le Vaiſſeau trouve dans l'eau.

Donc il faut planter le Mât dans la direction de la réſiſtance composée de toutes les réſiſtances que le Vaiſſeau trouve dans l'eau.

Cela posé, nous allons déterminer l'endroit le plus avantageux pour poſer le Mât dans des Vaiſſeaux de differentes figures.

ARTICLE I.

Déterminer l'endroit le plus avantageux pour poſer le Mât dans un Vaiſſeau dont la coupe horiſontale eſt un parallelogramme rectangle.

SOLUTION.

Fig. V. Nous avons vû dans l'Article I. & ſon Corollaire du Chapitre II. que la direction de la réſiſtance composée de toutes les réſiſtances que trouve un rectangle paſſe toujours par ſon milieu. Il s'enſuit donc qu'il faut toujours mettre le Mât dans le milieu du parallelogramme rectangle, c'eſt-à-dire, en un point P qui ſoit au milieu de la quille ES. Et le Mât ainſi placé mettra toujours en équilibre ſur lui-même la réſiſtance que le rectangle trouvera dans l'eau. *C. Q. F. T.*

ARTICLE II.

Déterminer l'endroit le plus avantageux pour planter le Mât lorſque la coupe horiſontale du Vaiſſeau eſt un rhombe.

SOLUTION.

Fig. VI. Nous avons vû dans l'Article II. du Chapitre II. & dans ſon Corollaire que la direction de la réſiſtance composée que trouve le rhombe paſſoit par le point P, où ſe rencontrent les perpendiculaires tirées ſur les milieux des faces AD, CD, qui ſouffrent la réſiſtance.

Mais ce point de rencontre P, par lequel doit paſſer la réſiſtance composée que trouve le rhombe, eſt ſur la quille BD lorſqu'il n'y a que les faces AD, DC, entre leſquelles paſſe la quille BD, qui ſouffrent la réſiſtance du fluide.

Donc il faudroit planter le Mât au point P, ſi le fluide ne réſiſtoit jamais qu'aux faces AD, DC, entre leſquelles paſſe la quille.

Fig. VII. Mais ſi la quille étoit AC comme dans la Figure VII. où le fluide réſiſte aux faces AD, DC qui ſont d'un même côté de la quille; on ne pourroit point mettre le Mât

au point P où ſe rencontrent les perpendiculaires EP, FP tirées ſur le milieu des faces AD, DF auſquelles le fluide réſiſte; attendu que ce point P ne ſe rencontre pas ſur la quille AC; mais au point S où la direction PO de la réſiſtance composée de celles que ſouffrent les faces AD, DC, rencontre la quille AC.

Or il eſt évident que ce point S ne ſera pas toujours le même, mais ſe rapprochera du milieu T, à meſure que l'angle HAC, que la quille fait avec la direction AH de ſon mouvement augmentera & ſe rapprochera du point Q à meſure que l'angle HAC diminuëra.

Mais comme le Mât ne ſçauroit changer de place à meſure que le point S varie, il lui faut chercher une place fixe, dans laquelle il puiſſe metre en équilibre avec le ſecours d'un gouvernail la réſiſtance composée quelconque que le Vaiſſeau trouve dans l'eau.

Comme la quille ne doit jamais être perpendiculaire à la direction du mouvement du Vaiſſeau, il faut placer le Mât entre le point T & le point Q, à telle diſtance du point Q que le gouvernail puiſſe rendre la réſiſtance composée de l'arriere égale à la réſiſtance composée de l'avant, lorſque cette derniere eſt la plus grande qu'il eſt poſſible pour faire tourner le Vaiſſeau ſur le Mât.

Et c'eſt ce que je vais déterminer.

Soit le gouvernail GC parallele à la face AB, ſi l'on fait LO perpendiculaire ſur le milieu du gouvernail GC, & EV perpendiculaire ſur le milieu de la face AB, & qu'ayant prolongé la face CD en V, l'on faſſe VX égale au gouvernail GC, & LO, égale à la face BA. Enfin ſi l'on tire OX, & que du point R où cette ligne rencontre CD prolongée, l'on tire RS parallele à EV ou LO, cette ligne RS donnera ſur la quille un point S, tel qu'en y plantant le Mât il pourra toujours, avec le ſecours du gouvernail, mettre la réſiſtance de l'eau en équilibre; pourvû cependant que l'angle que la quille fait avec la direction de ſon mouvement n'approche pas trop de l'an- Fig. XIII.

gle droit, lorſque le point S ne tombe point ſur le point T.

DEMONSTRATION.

Premierement, puiſque le gouvernail GC & la face AB ſont paralleles, ils feront des angles égaux avec la direction du mouvement du Vaiſſeau ; ainſi la réſiſtance que la face trouvera, ſera à celle que le gouvernail rencontrera, comme BA : GC.

Mais par la conſtruction BA : GC :: LO : VX :: LR : RV

Donc la réſiſtance que trouve la face BA eſt à la réſiſtance que trouve le gouvernail GC :: LR : RV.

Mais EV, LO étant perpendiculaires ſur les milieux de BA, GC, ſont les directions véritables des réſiſtances que trouvent BA & GC ; & les lignes LR, RV ſont égales aux diſtances du point S aux directions LO, EV, des réſiſtances que trouvent le gouvernail & la face.

Donc les réſiſtances que trouvent BA, GC, ſont entr'elles réciproquement comme les diſtances RV, LR de leurs directions au point S. Donc ces réſiſtances ſeront en équilibre ſur le point S.

Puiſque la réſiſtance que trouve le gouvernail eſt en équilibre ſur le point S avec la réſiſtance que trouve la face BA ; il s'enſuit qu'il n'y aura qu'une ſeule diſpoſition de la quille avec la direction du mouvement dans laquelle la réſiſtance compoſée de celle du Vaiſſeau, & de celle du gouvernail puiſſe être en équilibre ſur le point S, lorſque le gouvernail eſt parallele à la face BA ; & le Vaiſſeau eſt dans cette diſpoſition lorſque la direction BF de ſon mouvement eſt parallele à la face BC, c'eſt-à-dire, lorſque le fluide ne réſiſte qu'à la face BA.

Car ſi le Vaiſſeau étoit dans une autre diſpoſition où le fluide réſiſtât encore à la face BC ou à la face DA, la réſiſtance que trouve la face BA étant en équilibre avec la réſiſtance que trouve le gouvernail GC cet équilibre ſeroit rompu par la réſiſtance que trouveroit la face BC,

ou

ou la face DA, ensorte que la résistance que le Vaisseau trouveroit du côté du gouvernail par rapport au Mât seroit plus grande que celle qu'il trouveroit du côté de la prouë.

Donc la résistance que trouve le Vaisseau du côté de la prouë par rapport au Mât est la plus forte qu'il est possible pour faire tourner le Vaisseau sur un point quelconque S, quand la direction BF du mouvement est parallele à la face BC.

Mais la direction GC du gouvernail dans un rhombe est la plus avantageuse qu'il est possible, lorsqu'il est parallele à la face BA ou CD ; car ne pouvant point faire un plus grand angle GCQ avec la quille que n'en fait la face AB du Vaisseau, attendu que les faces BC, CD du rhombe ne permettent pas au timon du gouvernail de faire un plus grand angle, le courant de l'eau ne sçauroit avoir plus de prise sur lui que sur la face BA.

Donc le point S est tel que le Mât y étant planté, la plus grande résistance que trouve le gouvernail peut augmenter la résistance du Vaisseau du côté de la poupe, jusqu'à ce qu'elle soit en équilibre avec la résistance que le Vaisseau trouve du côté de la prouë lorsque cette résistance a la plus grande qu'il est possible par rapport à celle de la poupe.

Donc il faut planter le Mât au point S.

ARTICLE III.

Un poligone étant inscrit dans la coupe horisontale d'un Vaisseau, déterminer le point de la quille où il faut planter le Mât.

SOLUTION.

Ayant trouvé par l'Article III. du Chapitre précedent la direction ϖp de la résistance composée de toutes les Fig. VIII.

réſiſtances que trouvent les parties du Vaiſſeau ; prolongez cette direction $\pi\rho$ juſqu'à ce qu'elle rencontre la quille & le point de rencontre θ ſera celui où il faudroit planter le Mât ſi la direction de l'effort ou réſiſtance composée que trouve le Vaiſſeau coupoit toujours la quille au même endroit.

Mais comme ce point θ de ſection n'eſt pas toujours le même, il faut chercher quelle eſt l'inclinaiſon de la quille à la direction de ſon mouvement, lorſque ce point θ eſt le plus près de la prouë, ce qui arrive lorſque la quille fait un fort petit angle avec la direction du mouvement; enſuite il faut reculer le même point vers la poupe juſqu'à ce que la plus grande réſiſtance du gouvernail puiſſe augmenter la réſiſtance de la poupe au point que la direction de l'effort composé de toutes les réſiſtances puiſſe encore paſſer par ce point reculé θ.

Mais comme ce point θ eſt fort écarté du milieu de la quille, & que le gouvernail n'a pas toute la force néceſſaire pour le rapprocher du milieu, l'on approche le point θ le plus près qu'il eſt poſſible du milieu lorſqu'il n'y a qu'un Mât, & par le moyen des manœuvres l'on rapproche la vergue, & par conſéquent la voile plus ou moins de la poupe ou de la prouë, ſuivant l'exigence de la direction du mouvement du Vaiſſeau par rapport à la quille.

ARTICLE IV.

Déterminer le point θ de la quille le plus avantageux pour y planter le Mât, lorſque la ſection horiſontale du Vaiſſeau eſt terminée par pluſieurs arcs de cercle.

SOLUTION.

Fig. XII. Ayant déterminé dans l'Article V. du Chapitre pré-

cédent la direction TX de la réſiſtance composée que trouve la ſection horiſontale du Vaiſſeau ; prolongez cette direction TX juſqu'à ce qu'elle rencontre la quille en un point θ : Ce point θ ſeroit celui dans lequel il faudroit planter le Mât, ſi la direction TX de la réſiſtance composée que trouve le Vaiſſeau coupoit toujours la quille au même endroit.

Mais comme ce point θ n'eſt point fixe, & qu'il faut planter le Mât dans un point fixe,

Il faut chercher quelle eſt la direction du mouvement par rapport à la quille, dans laquelle le point θ eſt le plus près qu'il eſt poſſible de la prouë, & reculer ce point θ juſqu'à ce que la plus grande réſiſtance du gouvernail puiſſe augmenter la réſiſtance de la poupe au point que la direction de la réſiſtance composée que trouve le Vaiſſeau avec ſon gouvernail puiſſe encore paſſer par ce point reculé θ, alors on pourra mettre le Mât dans ce point θ s'il n'eſt point trop écarté du milieu du Vaiſſeau.

Mais ſi ce point θ quoique reculé, étoit encore trop écarté du milieu du Vaiſſeau, l'on pourroit encore le rapprocher un peu du milieu ; mais dans ce cas il faudroit par le moyen des manœuvres retirer les vergues vers la poupe ou la prouë ſuivant l'exigence de la direction du mouvement du Vaiſſeau par rapport à la quille.

COROLLAIRE.

Il ſuit des quatre Articles précedens qu'il faut mettre le Mât entre le milieu du Vaiſſeau & la prouë, ſans pourtant trop l'écarter du milieu ; car ſi on l'écartoit trop du milieu, il ne pourroit point mettre en équilibre ſur lui la réſiſtance que trouve le Vaiſſeau lorſque la direction de cette réſiſtance paſſe près du milieu, ſçavoir lorſque la direction du mouvement du Vaiſſeau fait avec la quille un angle qui approche de l'ange droit.

SCHOLIE.

Si l'on connoiſſoit exactement la figure d'un Vaiſſeau, il eſt évident que l'on pourroit de cette maniére déterminer le point le plus avantageux pour poſer le Mât. Mais les gabaris des vaiſſeaux ſont ſi différens qu'il faudroit un modele de chaque Vaiſſeau pour y déterminer ce point.

Comme il eſt trop difficile de déterminer l'effort composé ou réſiſtance composée de toutes les réſiſtances que trouvent les figures terminées par pluſieurs courbes, je crois qu'il vaudroit beaucoup mieux regarder les Vaiſſeaux comme des ſolides terminez par pluſieurs plans ; car alors ſans beaucoup de Géometrie l'on pourroit déterminer par l'Article III. de Chapitre II. la direction de l'effort composé ou réſiſtance composée que le fluide fait contre les ſections horiſontales du Vaiſſeau, & par conſéquent contre tout le Vaiſſeau lorſque toutes ſes faces ſont perpendiculaires aux ſections horiſontales.

Enfin ſi les faces du Vaiſſeau ne ſont point perpendiculaires à la ſection horiſontale, il faudra chercher les réſiſtances que le fluide fera perpendiculairement à ces faces, & chercher enſuite ce qu'il en réſulte horiſontalement à toutes ces faces.

CHAPITRE IV.

Où l'on examine quelle doit être la ſituation des Mâts, leur hauteur & leur nombre.

NOus avons vû dans le Chapitre précedent quelle étoit la maniére de poſer le Mât d'un Vaiſſeau lorſqu'il n'y en a qu'un ; mais comme le gouvernail auquel

il faut avoir recours pour mettre la réſiſtance de l'eau en équilibre ſur ce Mât unique, retarde le ſillage du Vaiſſeau. Voyons ſi nous ne pourrions point appercevoir quelqu'avantage dans la pluralité des Mâts.

Il eſt évident 1°. qu'en mettant pluſieurs Mâts ſur un Vaiſſeau, l'on peut toujours mettre la réſiſtance de l'eau en équilibre ſans le ſecours d'un gouvernail ; car ſi le Vaiſſeau trouve plus de réſiſtance du côté de l'avant que du côté de l'arriere, il n'a qu'à prendre plus de vent avec les voiles des Mâts d'avant qu'avec celles des Mâts d'arriere ; de cette maniére l'on pourra toujours mettre la réſiſtance de l'eau en équilibre ſur le centre de force de tous les Mâts.

2°. L'on peut prendre plus de vent avec pluſieurs Mâts qu'avec un ſeul, à moins que le ſeul Mât qu'on mettroit ne récompensât par ſa hauteur, & par la grandeur de ſes voiles, le grand nombre de voiles qu'on peut mettre ſur pluſieurs Mâts. Mais dans ce cas le Mât deviendroit trop élevé & donneroit par conſéquent trop d'avantage au vent pour faire pancher le Vaiſſeau, & même pour le faire capot, comme il eſt arrivé pluſieurs fois ; & les vergues devenant trop longues, ſortiroient trop hors le Vaiſſeau, & rendroient par conſéquent les manœuvres trop difficiles.

ARTICLE I.

Les intervalles des Maſts doivent être comme les ſommes des demi-vergues ou des vergues qui paſſent par ces intervalles.

DEMONSTRATION.

Soit un Vaiſſeau quelconque dont les Mâts ſont placez dans des points quelconques A, G, M, & dont les Fig. XII. *

vergues ſoient RB . CI . DQ attachées aux Mâts par leurs milieux ; enſorte que AB . GI , MQ ſoient les demi-vergues.

Quelque ſoit la hauteur des Mâts, il eſt clair que ſi l'on veut profiter de la grandeur des voiles, il faut 1°. qu'elles ne laiſſent point échapper le vent.

2°. Qu'elles ne ſe couvrent point les unes les autres.

Pour cela il faut que la ligne BC qui paſſe par l'extrémité B de la vergue d'artimon, & par l'extrémité C de la grande vergue, ſoit parallele à la ligne ID qui paſſe par l'extrémité I de la grande vergue, & par l'extrémité D de la vergue de miſene, lorſque toutes les vergues ſont paralleles. Car cela posé, le vent qui ſouffleroit ſuivant BC, ID, ſeroit reçû ſur toutes les voiles qui n'en laiſſeroient point échapper. Voyons maintenant quelles doivent être pour cela les diſtances des Mâts.

Puiſque les vergues RB, CI, DQ, ſont paralleles, & que les lignes BC, ID du vent ſont auſſi paralleles, les quatre triangles BAE, CGE, IGF, DMF ſeront ſemblables.

L'on aura donc CG : GI : : EG : GF,
Mais CG = GI donc EG = GF,
L'on aura AB : AE : : CG : EG.
Donc AB + CG : AE + EG : : CG : EG,
L'on aura auſſi CG : EG = GF : : DM : FM.
Donc CG + DM : GF + FM : : CG : EG.
Donc AB + CG : AE + EG : : CG + DM : GF + FM.

C'eſt-à-dire, que les intervalles des Mâts ſont comme les ſommes des demi-vergues qui paſſent par ces intervalles, ou pour mieux dire, qui ſont adjacentes à ces intervalles.

ARTICLE II.

Lorſque les voiles d'un même Vaiſſeau ſont ſemblables,

Les longueurs des vergues ſont comme les hauteurs des Maſts.

DEMONSTRATION.

Les longueurs des vergues ſont comme les largeurs des voiles, ou plûtôt ſont égales aux largeurs des voiles.

Mais puiſque les voiles ſont ſemblables, les largeurs des voiles ſont comme leurs longueurs. Mais les longueurs des voiles devant occuper les hauteurs des Mâts, ſont comme les hauteurs des Mâts.

Donc les longueurs des vergues ſont comme les hauteurs de leurs Mâts. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Donc les intervalles des Mâts ſont comme les ſommes des Mâts adjacents à ces intervalles, quand les voiles ſont ſemblables. Car pour lors les vergues étant comme les hauteurs des Mâts, les ſommes des vergues ſont comme les ſommes des Mâts. Mais nous avons vû que les intervalles des Mâts ſont comme les ſommes des vergues adjacentes. Donc ces intervalles ſont comme les ſommes des Mâts adjacens.

Comme il eſt aſſez ordinaire de faire des voiles ſemblables, ſur tout les voiles des huniers & les voiles baſſes du grand Mât & du Mât de miſene, je ſuppoſerai toujours dans la ſuite que les longueurs des vergues ſont comme les hauteurs des Mâts.

ARTICLE III.

Les diſtances SP, QP, RP *des Maſts au point* P, *par lequel doit paſſer leur centre de force étant données, déterminer le meilleur rapport dans lequel on puiſſe faire les hauteurs de ces Maſts.* Fig. XIV.

SOLUTION.

Quoiqu'il y ait une infinité de rapports dans leſquels les Mâts étant faits leur centre de force paſſera toujours par le point P, les Mâts étant toujours aux points S.Q.R. Il n'y a cependant qu'un ſeul rapport dans lequel ces Mâts puiſſent être faits le plus avantageuſement qu'il eſt poſſible; & c'eſt ce meilleur rapport qu'il faut déterminer.

Pour trouver ce meilleur rapport, il faut ſçavoir qu'il ne ſuffit pas que le centre de force des Mâts paſſe par le point P, mais il faut encore que les intervalles des Mâts ſoient comme les ſommes des vergues qui ſont aux extremitez de ces intervalles. 2°. Que les hauteurs des voiles ſoient comme les hauteurs des Mâts, ainſi qu'on le pratique, du moins dans les trois huniers & dans le grand Mât, & le Mât de miſene. Cela poſé, ſi l'on prend pour les hauteurs des Mâts leur partie qui eſt hors le Vaiſſeau.

Soit { la hauteur du grand Mât . . . . . = x
la hauteur du Mât de miſene . . . . = y
la hauteur du Mât d'artimon . . . . = z.

Soit auſſi { la longueur de la vergue du grand Mât . . = V
la longueur de la vergue de miſene . . . = u
la longueur de la vergue de fougue d'artimon . = v

Soit enfin { la diſtance QP du grand Mât au point P . . = r
la diſtance SP du Mât de miſene au point P = p
la diſtance RP de l'artimon au point P . . = q

L'on aura { la diſtance QS du grand Mât au Mât de miſene = $r + p$
la diſtance QR du grand Mât à l'artimon . = $q - r$

Mais ſuivant l'Article I. ces intervalles $r + p$, $q - r$ de Mâts doivent être comme les ſommes V + u, V + v des vergues

vergues qui ſont aux extrémitez de ces intervalles.

On aura donc $r+p:q-r::V+u:V+v$.

Mais les voiles étant ſemblables, l'on aura les longueurs V, u, v, des vergues comme les hauteurs $x . y . z$ des Mâts. Et par conſéquent $V+u:V+v::x+y:x+z$.

Donc $r+p:q-r::x+y:x+z$,

ce qui donne $rx+px+rz+pz=qx-rx+qy-ry$

d'où l'on tire $\begin{cases} x=\frac{qy-ry-rz-pz}{p+2r-q} \\ y=\frac{2rx+px-qx+rz+pz}{q-r} \end{cases}$

Mais le centre de force des trois Mâts $x:y:z$ devant ſe trouver au point P où la Quille eſt coupée par la direction de la réſiſtance que le Vaiſſeau trouve dans l'eau, il faut que l'énergie du Mât de Miſene y qui ſe trouve d'un côté de ce point ſoit égale à la ſomme des énergies du grand Mât x, & du Mât d'Artimon z qui ſe trouvent tous deux de l'autre côté du même point P.

Mais puiſque par l'hypothêſe les longueurs des vergues, & par conſéquent les largeurs des voiles, ſont comme les hauteurs des Mâts, & que les hauteurs des voiles doivent être auſſi comme les hauteurs des Mâts, il eſt évident que les ſurfaces des voiles ſeront comme les quarrez des hauteurs des Mâts, & par conſéquent les efforts que le vent fera contr'elles ſeront auſſi comme les quarrez des hauteurs des Mâts.

On pourra donc prendre les quarrez xx, yy, zz des hauteurs des Mâts x, y, z, pour les efforts que le vent fait contre les voiles de ces Mâts.

Donc ſi l'on multiplie ces quarrez xx, yy, zz des Mâts par leurs diſtances QR, SP, RP ou r, p, q au point P.

On aura le produit $\begin{cases} rxx \text{ . pour l'énergie du grand Mât,} \\ pyy \text{ . pour l'énergie du Miſene,} \\ qzz \text{ . pour l'énergie de l'Artimon,} \end{cases}$

Mais nous avons dit que l'énergie du Mât de miſene devoit être égale à la ſomme des énergies du grand Mât & du Mât d'artimon.

On aura donc cette égalité ,

$$pyy = rxx + qzz$$

Mais nous avons trouvé $\begin{cases} x = \frac{qy - ry - rz - pz}{p + 2r - q} \\ y = \frac{2rx + px - qx + rz + pz}{q - r} \end{cases}$

quarrant ces deux égalitez l'on aura ,

$$1^{o}.\ xx = \frac{qqy^2 - 2qry^2 + r^2y^2 - 2qryz + 2r^2yz + rrzz - 2pqyz + 2pryz + 2przz + p^2z^2}{\overline{p + 2r - q}^2}$$

$$2^{o}.\ yy = \frac{\overline{4qr + 4pr + pp - 4qr - 2pq + qq} \times xx + \overline{4rr + 6pr - 2qr + 2pp - 2pq} \times xz + \overline{r + p}^2 \times zz}{qq - 2qr + rr}$$

Maintenant ſi l'on ſubſtituë l'une après l'autre , ces valeurs de xx & de yy dans l'équation $pyy = rxx + qzz$.

Lon aura les deux égalitez ſuivantes. Donc l'une ne contiendra point de x & l'autre point de y.

$$3^{o}.\ \overline{pyy - qzz} \times \overline{p + 2r - q}^2 = rqqy^2 - 2qr^2y^2 + r^3yy - 2qr^2yz + 2r^3yz + r^3zz - 2pqryz + 2prryz + 2prrzz + rppzz.$$

$$4^{o}.\ \overline{rxx + qzz} \times \overline{qq - 2qr + rr} = 4pr^2x^2 + 4pprx^2 + p^3x^2 - 4pqrx^2 - 2p^2qx^2 + q^2x^2p + 4prrxz + 2pprxz - 2pqrxz + prrzz + 4pprxz + 2p^3xz - 2ppqxz + 2pprzz + p^3zz.$$

Si l'on ordonne la premiere de ces deux équations par rapport à y, & la ſeconde par papport à x, l'on aura,

$$5^{o}.\ yy.X\begin{cases}\sqrt{p+2r-q^{2}}.X.p\\ -rqq\\ +2qrr\\ -r^{3}\end{cases}+y.X.\begin{cases}+2qrrz\\ -2r^{3}z\\ +2pqrz\\ -2prrz\end{cases}=zz.X.\begin{cases}\sqrt{p+2r-q^{2}}Xq\\ +r^{3}\\ +2pqr\\ +rp^{2}.\end{cases}$$

$$6^{o}.\ xx\,X\begin{cases}+qqr\\ -2qrr\\ +rrr\\ -4prr\\ -4ppr\\ -p^{3}\\ +4prq\\ +2ppq\\ -pqq\end{cases}+x.X.\begin{cases}-4prrz\\ -2pprz\\ +2pqrz\\ -4pprz\\ -2p^{3}z\\ +2ppqz\end{cases}=zz.X\begin{cases}-q^{3}\\ +2qqr\\ -qrr\\ +prr\\ +2ppr\\ +p^{3}.\end{cases}$$

La premiere de ces deux égalitez nous fournira la valeur de y, & la ſeconde nous fournira la valeur de x, dans leſquelles valeurs il n'y aura point de x. ni de y. ſçavoir,

$$7^{o}.\ y=\sqrt{\frac{\sqrt{p+2r-q^{2}}Xqzz+\overline{r+p}^{2}Xrz\sqrt{z}}{p+2r-q^{2}Xp+\overline{q-r}^{2}X-r}+\frac{\overline{qrrz-r^{3}z+pqr\sqrt{z}-prrz}^{2}}{\overline{p+2r-q^{2}Xp+q-r^{2}X-r}^{2}}}$$

$$\frac{-qrr\sqrt{z}+r^{3}z-pqrz+prrz}{\overline{p+2r-q^{2}Xp+q-r^{2}X-r}}$$

$$8^{o}.\ x=\sqrt{\frac{\sqrt{p+r^{2}Xp\sqrt{z}+\overline{q-r}^{2}X-qzz}}{q-r^{2}Xr+\overline{p+2r-q}^{2}X-p}+\frac{\overline{-3pr-2r^{2}+qr-pp+pq}^{2}Xpz}{\overline{q-r^{2}Xr+p+2r-q^{2}X-p}^{2}}}$$

$$\frac{+3pr+2rr-qr+pp-pq\ X\ pz}{\overline{q-r^{2}Xr+p+2r-q^{2}X-p}}$$

$$9^{o}.\ z=z$$

Donc ſi l'on multiplie les ſeconds membres des équations 7e, 8e & 9e, par $\overline{p+2r-q^{2}}Xp+\overline{q-r}^{2}X-r$, & qu'enſuite on les diviſe par z.

On aura les hauteurs $x:y:z$ des Mâts dans les rapports ſuivans.

$$x \;\; 1 \;\; y \;\; 1 \;\; z \;\; :: \; \sqrt{p+r^2 \times -p+q-r^2 \times q} \cdot \times \sqrt{p+2r-q^2 \times p+q-r^2 \times -r+3p^2r+2pr^2-pqr+p^3-p^2q-3p^2r-2prr+pqr-p^3+ppq}^2$$

$$\sqrt{p+2r-q^2 \times q+r+p^2 \times r} \cdot \times \sqrt{p+r-q^2} \cdot \times \sqrt{p+q-r^2} \cdot \times \sqrt{-r+qrr+r^3-pqr-prr-qrr+r^3-pqr+prr}^2$$

$$\sqrt{p+r-q^2} \times p+q-r^2 \times -r$$

qui ſont les plus avantageux pour mettre les Mâts en équilibre ſur le point P où la Quille eſt coupée par la direction de la réſiſtance que le Vaiſſeau trouve dans l'eau. *Ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE I.

Il faut remarquer que le rapport que nous venons de déterminer convient mieux aux Mâts de hunes & au perroquet d'artimon qu'au grand Mât, au Mât de Miſene & à l'Artimon. Puiſque l'on ne met jamais en équilibre ſur le point P l'Artimon, le grand Mât & la Miſene. Attendu que l'Artimon, ſe trouvant du même côté que le grand Mât par rapport au point P deviendroit trop petit, & ſeroit par conſéquent incapable de gouverner le Vaiſſeau. L'on fait même la hauteur de l'artimon égale à la hauteur du Mât de Miſene ; & afin que ſa voile ſoit la plus grande qu'il eſt poſſible ſans couvrir la grande voile, l'on incline ſa vergue d'environ 45° : enſorte que ſa voile qui eſt triangulaire laiſſe aiſément paſſer le vent ſur la grande voile.

Mais comme l'on doit cependant toujours conſerver l'équilibre, on y ajoute un quatriéme Mât à la proüe qui fait équilibre avec l'excès de la grandeur de la voilure d'Artimon ; ou ſi l'on ne ſçauroit ſe ſervir de la voile du

Beaupré qui eſt à la proüe, l'on cargue la voile baſſe du grand Mât juſqu'à ce que l'Artimon faſſe équilibre avec le Mât de Miſene.

Nous verrons enſuite de l'Article ſuivant dans quel rapport il faut faire la hauteur & la vergue du Beaupré, afin qu'il puiſſe faire équilibre avec l'excès de la voilure d'Artimon.

REMARQUE II.

Comme j'ai donné la maniere de trouver la direction de la réſiſtance composée que trouve le Vaiſſeau, il eſt évident que l'on peut trouver le point où la Quille eſt coupée par la direction de cette réſiſtance. Si on ne peut déterminer ce point géométriquement, l'on peut du moins le faire méchaniquement, ſçavoir en mettant le Vaiſſeau que l'on veut mâter à la traîne d'un autre Vaiſſeau, en lui attachant le cable qui le traîne à ſon bord entre l'éperon & le maître Beau, car pour lors la direction de la corde coupera la Quille dans le point où la direction de la réſiſtance que trouve le Vaiſſeau la coupe.

Car puiſque l'effort de la corde eſt en équilibre avec la réſiſtance que trouve le Vaiſſeau; il eſt clair que la direction de la corde doit être la même que la direction de la réſiſtance que trouve le Vaiſſeau.

ARTICLE IV.

Les hauteurs de trois Mâts étant données, déterminer leurs ſituations les plus avantageuſes.

SOLUTION.

Quoiqu'il y ait une infinité de points dans leſquels les trois Mâts donnez étant plantez, ils pourront faire équilibre ſur le point P, il n'y en a cependant que trois où Fig. XIV.

l'on puiſſe les planter le plus avantageuſement qu'il eſt poſſible.

Pour déterminer ces points géometriquement, il faut ſçavoir qu'il ne ſuffit pas que les trois Mâts faſſent enſemble équilibre ſur le point P, c'eſt-à-dire, que leur centre P de force ſoit dans la direction de la réſiſtance que le Vaiſſeau trouve dans l'eau ; mais qu'il faut encore 1°. que les diſtances des Mâts ſoient comme les ſommes des vergues qui paſſent par ces diſtances (Art. I.)

2°. Que les longueurs des vergues ſoient comme les hauteurs de leurs Mâts. Par l'Article II.

Mais la poſition du Mât de Miſene étant déterminée naturellement à l'extrémité de la Quille, il n'y a que deux points où les Mâts d'Artimon & le grand Mât étant plantez.

1°. Les Mâts pourront faire équilibre ſur le point P.

2°. Les intervalles des trois Mâts ſeront comme les ſommes des vergues qui peuvent occuper ces intervalles.

3°. Les longueurs des vergues des trois Mâts ſeront comme les hauteurs des Mâts.

Ce ſont donc ces deux points avec l'extrémité de la Quille qui ſont les trois points les plus avantageux pour poſer les trois Mâts. Ainſi ce ſont eux qu'il s'agit de trouver. Pour cela.

Soit la hauteur du grand Mât . . . = g
La hauteur du Mât de Miſene . . . = m
La hauteur du Mât d'Artimon . . . = a

La longueur de la vergue du grand Mât = V
La vergue du Mât de Miſene . . . = u
La vergue d'Artimon . . . = v

La diſtance QP du grand Mât au point P = x
La diſtance SP du Mât de Miſene au point P = y
La diſtance PR du Mât d'Artimon au point P = z

On aura { La diſtance QS du grand Mât au Mât de Miſene $= x + y$
La diſtance QR du grand Mât au Mât d'Artimon $= z - x$

Mais ſuivant l'Article I. les intervalles QS, QR des Mâts doivent être comme les ſommes $V + u$, $V + v$ des vergues qui doivent occuper ces intervalles. L'on aura donc

$QS = x + y : QR = z - x :: V + u : V + v$

Mais les longueurs $V : u : v$ des vergues étant comme les hauteurs $g : m : a$ des Mâts.

On aura $V + u : V + v :: g + m : g + a$.

Donc $x + y : z - x :: g + m :: g + a$,

ce qui donne cette égalité,

$$gz + mz - gx - mx = gx + gy + ax + ay$$

D'où l'on tire,

$$x = \frac{gz + mz - gy - ay}{a + 2g + m}$$

$$y = \frac{gz + mz - 2gx - mx - ax}{a + g}$$

$$z = \frac{ax + 2gx + mx + ay + gy}{g + m}$$

Mais le centre de force des trois Mâts devant ſe trouver au point P où la Quille eſt coupée par la direction de la réſiſtance que le Vaiſſeau trouve dans l'eau ; il faut que l'énergie du Mât de Miſene qui eſt d'un côté de ce point P ſoit égale à la ſomme des énergies du grand Mât & du Mât d'Artimon qui ſont de l'autre côté de ce même point P.

Mais puiſque les longueurs des vergues ſont comme les hauteurs des Mâts, ſi l'on fait les hauteurs des voiles comme les hauteurs des Mâts, & les largeurs des voiles comme les longueurs des vergues, ainſi qu'on le pratique ; les ſurfaces des voiles ſeront comme les quarrez des hauteurs des Mâts, & par conſéquent les efforts que le vent fera contr'elles ſeront auſſi comme les quarrez des hauteurs de leurs Mâts.

Cela posé, l'on pourra toujours prendre les quarrez des hauteurs des Mâts pour les efforts que le vent fait contre leurs voiles.

Ainsi multipliant les quarrez gg, mm, aa des hauteurs des Mâts par leurs distances x, y : z au point P sur lequel les puissances des Mâts doivent être en équilibre, l'on aura,

g^2x = à l'énergie du grand Mât,

m^2y = à l'énergie du Mât de Misene,

aaz = à l'énergie du Mât d'Artimon.

Mais nous avons dit que l'énergie du Mât de Misene devoit être égale à la somme des énergies du grand Mât & du Mât d'Artimon. L'on aura donc cette égalité,

$$m^2y = g^2x + a^2z$$

Maintenant si l'on substituë dans cette équation la valeur de $x = \frac{gz + mz - gy - ay}{a + 2g + m}$ que nous avons trouvée.

On aura

$$am^2y - a^3z + 2gm^2y - 2ga^2z + m^3y - ma^2z = g^3z + g^2mz - g^3y - g^2ay$$

D'où l'on tire,

$$1^{\circ}.\ y = \frac{g^3z + g^2mz + a^3z + 2ga^2z + ma^2z}{am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2}$$

$$2^{\circ}.\ z = \frac{am^2y + 2gm^2y + m^3y + g^3y + ag^2y}{g^3 + g^2m + a^3 + 2ga^2 + a^2}$$

Substituant aussi dans la même équation $mmy = g^2x + a^2z$ la valeur de $y = \frac{gz + mz - 2gx - mx - ax}{a + g}$ que nous avons trouvée.

On aura $m^2gz + m^3z - 2m^2gx - m^3x - am^2x = ag^2x + g^3x + a^3z + ga^2z$ de laquelle on tire cette équation,

$$3^{\circ}.\ x = \frac{m^2gz + m^3z - a^3z - ga^2z}{ag^2 + g^3 + 2m^2g + m^3 + am^2}.$$

Substituant de même dans l'équation $mmy = g^2x + a^2z$ la

la valeur de $z = \frac{ax + 2gx + mx + ay + gy}{g + m}$ l'on aura

$a^3x + 2ga^2x + ma^2x + a^3y + a^2gy = gm^2y + m^3y - g^3x - mg^2x$

de laquelle on tire.

$$4^{\circ}.\ x = \frac{gm^2y + m^3y - a^3y - a^2gy}{a^3 + 2ga^2 + ma^2 + g^3 + mg^2}$$

Les seconds termes des deux équations numérotées 1°. & 3°. ayant tous deux même dénominateur & étant multipliez tous deux par z, l'on aura cette analogie,

$y : x :: g^3 + g^2m + a^3 + 2ga^2 + ma^2 : m^2g + m^3 - a^3 - ga^2$

Les seconds termes des équations numérotées 2°. & 4°. ayant aussi toutes deux même dénominateur & étant multipliez par y, l'on aura cette analogie,

$x : z :: gm^2 + m^3 - a^3 - a^2g : am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2$.

Multipliant ces deux analogies par ordre, l'on aura,

$y : z :: g^3 + g^2m + a^3 + 2ga^2 + maa : am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2$

Donc les distances QP : SP : RP ou $x : y : z$ des trois Mâts donnez sont dans des rapports connus, sçavoir ;

$$\left.\begin{matrix} x : \\ y : \\ z \end{matrix}\right\} :: \left\{\begin{matrix} gm^2 + m^3 - a^3 - a^2g : \\ g^3 + g^2m + 2ga^2 + ma^2 + a^3 : \\ am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2 \end{matrix}\right.$$

Ce qu'il falloit trouver.

Corollaire I.

Comme les rapports des indéterminez x, y, z sont trouvez, il est évident que si l'on détermine celle que l'on voudra de ces trois indéterminées, les deux autres seront aussi déterminées.

Mais les Mâts devant être les plus écartez qu'il est possible, afin que leurs voiles ne se couvrent point les unes les autres ; il faut nécessairement poser un des trois Mâts à l'extrémité de la Quille, ce qui détermine sa distance au

point P, & par conséquent auſſi les diſtances des deux autres Mâts au même point P.

Donc en plaçant un des Mâts à l'extrémité de la Quille du côté de la Prouë, les diſtances des trois Mâts ſeront déterminées par l'Article précedent, de telle ſorte qu'ils ſeront poſez le plus avantageuſement qu'il eſt poſſible.

Corollaire II.

Si les hauteurs du grand Hunier, du Hunier de Miſene, & du Perroquet de Fougue, c'eſt-à-dire d'Artimon ſont données; & qu'on les veuille mettre en équilibre ſur le point P, enſorte que leurs diſtances ſoient les plus avantageuſes qu'il eſt poſſible, afin qu'ils ne laiſſent point échapper le vent. Comme la poſition du Mât de Miſene eſt déterminée à l'extrémité de la Quille vers la Prouë, la diſtance de ſon Hunier au point P eſt donnée, & par conſéquent les diſtances du grand Hunier & du Perroquet d'Artimon au point P ſont auſſi déterminées par l'Article précedent, enſorte que ces trois Huniers ſeront placez le plus avantageuſement qu'il eſt poſſible.

Corollaire III.

Si les voiles des trois Huniers ſont en équilibre ſur le point P, il eſt évident que ſi l'on veut mettre auſſi les voiles des trois grands Mâts en équilibre ſur le même point P; il faudra faire les voiles des trois grands Mâts dans le même rapport que les voiles des Huniers.

Mais les voiles des Huniers étant ſemblables ſont entr'elles comme les quarrez de leurs baſes, c'eſt-à-dire, comme les quarrez des vergues qui les bordent par le bas.

Donc les ſurfaces des voiles des trois grands Mâts doivent être comme les quarrez des vergues qui bordent les voiles de leurs Huniers.

Mais les voiles du Hunier de Miſene, du grand Hunier, & du Hunier d'Artimon ou Perroquet de Fougue ſont bor-

dées par la vergue de Miſene, la grande vergue, & la vergue de Fougue.

Donc ſi l'on veut mettre les voiles du Mât de Miſene, du grand Mât & du Mât d'Artimon en équilibre ſur le point P, il faut que leurs ſurfaces ſoient comme les quarrez des vergues de Miſene, du grand Mât, & de Fougue.

Mais ſi l'on envergue les voiles baſſes à ces vergues, & que les hauteurs des Mâts ſoient comme les longueurs de ces vergues, les voiles ſeront comme les quarrez des longueurs de ces vergues, auſquelles elles ſont enverguées. C'eſt-à-dire, comme les quarrez des vergues qui bordent les voiles des Huniers; ou comme les ſurfaces des voiles des Huniers, qui ſont en équilibre entr'elles.

Donc ſi l'on veut mettre les voiles baſſes des trois grands Mâts en équilibre ſur le point P, ſur lequel les voiles des trois Huniers ſont en équilibre, il faut que les hauteurs du Mât de Miſene, du grand Mât, & du Mât d'Artimon ſoient entr'elles comme les longueurs de la vergue de Miſene, de la grande vergue, & de la vergue de Fougue, ou comme les hauteurs de leurs Mâts de Hune qui ſont comme ces vergues.

COROLLAIRE IV.

Donc ſi les voiles du grand Mât, & du Mât de Miſene ſont entr'elles comme les voiles de leurs Huniers; mais que la voile d'Artimon ne ſoit point à celle de ſon Perroquet comme la voile du grand Mât eſt à celle de ſon Hunier. Les voiles baſſes ne ſeront point en équilibre ſur le point P, où les voiles de leurs Huniers ſont en équilibre.

Comme les hauteurs du Mât de Miſene & du grand Mât, ſont entr'elles comme les hauteurs de leurs Mâts de Hune, leurs voiles ſeront dans la même raiſon, avec les voiles de leurs Huniers.

Mais le Mât d'Artimon n'eſt point au grand Mât comme la hauteur du Hunier d'Artimon eſt à la hauteur du grand

Hunier; outre cela la voile d'Artimon n'eſt point enverguée à la vergue de Fougue qui borde la voile du Hunier d'Artimon, mais elle eſt beaucoup plus longue. Donc la voile d'Artimon & la voile du grand Mât ne ſeront point entr'elles comme les voiles de leurs Huniers.

Donc la voile de Miſene, la grande voile & la voile d'Artimon ne ſeront point en équilibre ſur le point P où les voiles des Huniers de Miſene, du grand Mât, & d'Artimon ſont en équilibre.

C'eſt pourquoi ſi l'on veut rétablir l'équilibre ſur le point P, il faudra augmenter la voilure de l'avant dans le rapport que nous allons déterminer, après avoir fait les remarques ſuivantes ſur la voilure de l'Artimon & celle du Beaupré.

REMARQUE.

Comme l'Artimon & le Beaupré doivent ſervir comme de gouvernail pour tenir le Vaiſſeau dans une direction donnée, il faut que les voilures de ces Mâts ne ſoient point trop petites; autrement le Vaiſſeau n'en ſentiroit point aſſez la force, & il faudroit avoir recours au gouvernail, ce qui retarderoit le ſillage du Vaiſſeau.

Mais en faiſant le Mât d'Artimon d'une certaine élevation par exemple, égal au Mât de Miſene (je prens les longueurs des Mâts depuis le pont juſques aux hunes, c'eſt-à-dire, que je prends les parties des Mâts qui ſortent du vaiſſeau pour les veritables hauteurs des Mâts) il couvriroit le grand Mât & le rendroit non-ſeulement inutile, mais le centre de force des Mâts ſe trouvant trop à l'arriere, il faudroit avoir recours au gouvernail, ce qui retarderoit encore le ſillage du Vaiſſeau.

Pour remedier à cet inconvenient qui naîtroit de la hauteur du Mât d'Artimon, & pour avoir cette hauteur conſidérable, afin de pouvoir mieux manier le Vaiſſeau; on ne fait point la vergue de l'Artimon parallele aux autres

vergues, mais on l'incline de 45°. ou environ, enſorte que le vent peut toujours paſſer ſur les voiles des autres Mâts malgré la hauteur du Mât d'Artimon, & malgré la grandeur de ſa voile qui eſt un triangle rectangle iſoſcelle dont l'hypothénuſe eſt occupée par la vergue inclinée de 45°.

Cela posé, l'on pourra faire la hauteur du Mât d'Artimon égale à la hauteur du Mât de Miſene. Et comme ſa voile eſt triangulaire, l'on pourra faire ſa ſurface égale à la moitié de la voile de Miſene & même égale à la moitié de la voile du grand Mât.

Pour la voilure du Beaupré, il faut remarquer qu'elle doit faire équilibre avec l'excès de la voilure d'Artimon, c'eſt-à-dire, avec ce que le Mât d'Artimon a trop de voilure pour faire équilibre avec le grand Mât & le Mât de Miſene ſur le point P. Voyons donc quel eſt l'excès de la voilure d'Artimon.

Nous avons vû que pour mettre l'équilibre entre les Mâts, il falloit que les voiles baſſes fuſſent comme les hautes, c'eſt-à-dire, que la voile du Hunier du grand Mât fût à la voile du grand Mât comme la voile du Hunier d'Artimon eſt à la voile d'Artimon, lorſque les voiles hautes ſont en équilibre ſur le point P.

Donc ſi l'on appelle m la voile du grand Mât, μ la voile de ſon Hunier, p la voile d'Artimon, π la voile de ſon Hunier ou Perroquet. Si l'on veut que les Mâts inferieurs faſſent équilibre comme les ſuperieurs,
On aura $m : \mu :: p : \varpi$, ou $\mu : \varpi :: m : p$:

Mais $\mu : \varpi$ :: le quarré du grand hunier : eſt au quarré du Perroquet d'Artimon, parce que les voiles étant ſemblables, ſont comme les quarrez de leurs hauteurs.

Donc $m : p$ :: le quarré du grand hunier : eſt au quarré du Perroquet d'Artimon.

Ainſi en appellant h le grand Hunier, & f le Hunier d'Artimon ou Perroquet de Fougue, l'on aura $m : p :: hh : ff$.

D'où l'on tire $p = \frac{mff}{hh}$.

C'eſt-à-dire, que la voile p : d'Artimon doit être égale $\frac{mff}{hh}$ pour faire équilibre avec la voile du grand Mât & celle du Mât de Miſene.

Mais ſi l'on fait la voile p d'Artimon égale à la moitié de la grande voile ; la voile d'Artimon ſera trop grande pour faire équilibre avec la voile du grand Mât & celle de Miſene, de toute la quantité dont $\frac{m}{2}$ ou la moitié de la grande voile ſurpaſſe $\frac{mff}{hh}$ qui eſt la grandeur que devroit avoir la voile d'Artimon pour faire l'équilibre dont nous venons de parler.

Il faut donc augmenter la voilure de l'avant de telle ſorte que l'augmentation faſſe équilibre avec $\frac{m}{2} - \frac{mff}{hh}$ qui eſt l'excès dont la moitié de la grande voile, ou dont la voile d'Artimon ſurpaſſe la grandeur qu'elle devroit avoir.

Or, cette augmentation de la voilure de l'avant ne ſe peut faire que par l'addition d'un Mât que l'on nomme Beaupré, lequel on incline afin qu'il ſaille hors le Vaiſſeau, & que ſa voile ſoit par conſéquent plus écartée du Mât de Miſene qui la couvriroit ſi elle en étoit trop proche. Il s'agit donc de déterminer la grandeur de la voile du Beaupré afin qu'elle puiſſe faire équilibre avec la puiſſance $\frac{m}{2} - \frac{mff}{hh}$. C'eſt ce que je vais faire.

ARTICLE V.

Déterminer la voilure du Beaupré.

On fait ordinairement ſaillir le Beaupré de maniére que l'Eperon ſe trouve à peu près au milieu de ce Mât.

Connoiſſant donc la diſtance de l'Eperon au Mât de Miſene, le double de cette diſtance ſera la diſtance du Mât de Miſene à la Hune du Beaupré, ou ce qui eſt le même, la diſtance du Mât de Miſene au point d'attache de la vergue de Beaupré.

Mais nous avons vû que les diſtances des Mâts, ou ce qui eſt le même, les diſtances des vergues doivent être comme les ſommes des vergues qui paſſent par ces diſtances. Fig. XIV.

Donc ſi l'on appelle V la vergue du grand Mât,
u la vergue de Miſene,
q la vergue de Beaupré.

Si l'on appelle b la diſtance SQ du Mât de Miſene au grand Mât, laquelle eſt trouvée : c, la diſtance de la vergue de Beaupré au Mât de Miſene laquelle eſt donnée.

On aura $b : c :: V + u : u + q$,

Et par conſéquent $bu + bq = cV + cu$,

D'où l'on tire $q = \frac{cV + cu - bu}{b}$.

Maintenant ſi l'on nomme d la diſtance de la vergue de Beaupré au point P ſur lequel il faut que les Mâts ſoient en équilibre.

Et ſi l'on nomme l la diſtance RP du Mât d'Artimon au point P, & s la hauteur de la voile de Beaupré.

L'on aura $sq = \frac{scV + scu - sbu}{b}$ pour la ſurface de la Sivadiere ou voile de Beaupré, parce que nous avons appellé q la vergue de Beaupré.

Et multipliant cette ſurface par ſa diſtance d, au point P le produit $dsq = \frac{dscV + dscu - dsbu}{b}$ ſera l'énergie que la voile de Beaupré a ſur le point P.

Mais puiſque les voiles du Beaupré doivent être en équilibre avec $\frac{m}{2} - \frac{mff}{hh}$ qui eſt l'excès de la voile d'Artimon, il faut que l'énergie de cet excès ſoit égale à l'énergie de la voile du Beaupré.

Il faut donc multiplier cet excès $\frac{m}{2} - \frac{mff}{hh}$ de la voile d'Artimon par la diſtance l, au point P, & le produit $\frac{lm}{2} - \frac{lmff}{hh}$ ſera l'énergie de cet excès qui doit être égale à l'énergie du Beaupré, ce qui donne cette égalité.

$$\frac{lm}{2} - \frac{lmff}{hh} = \frac{dscV + dscu - dsbu}{b}.$$

D'où l'on tire $s = \frac{\overline{\frac{lm}{2} - \frac{lmf}{hh}} \times b}{dcV + dcu - dbu}$ qui eſt la hauteur de la Sivadiere ou voile de Beaupré.

Donc il faut incliner le Mât de Beaupré de maniére que l'on y puiſſe mettre une voile dont la hauteur ſoit

$$= s = \frac{\overline{\frac{lm}{2} - \frac{lmf}{hh}} \times b}{dcV + dcu - dbu}.$$

Et que la longueur q de ſa vergue ſoit $= \frac{cV + cu - bu}{b}$

Comme la longueur de l'Eperon eſt toujours donnée, la diſtance c de la vergue de Beaupré eſt auſſi donnée, puiſqu'on la fait double de la longueur de l'Eperon : c'eſt-à-dire, double de la diſtance de l'Eperon au Mât de Miſene, il eſt évident que toutes les grandeurs qui ſe trouvent dans les valeurs de s & de q ſont connuës.

C'eſt-

C'eſt-à-dire, que l'on connoît quelle doit être la longueur q de la vergue de Beaupré, & quelle doit être la hauteur s de ſa voile, & par conſéquent quelle doit être l'élevation du Beaupré, puiſque cette élevation doit permettre une voile dont la hauteur ſoit $s = \frac{\sqrt{\frac{lm}{2} - \frac{lmff}{hh}} \times b}{dcV + dcu - dbu}$

ARTICLE VI.

Quel doit être le nombre des Maſts.

Il y a des Vaiſſeaux où l'on ne met que deux Mâts, comme dans les Balandres; d'autres où l'on n'en met qu'un, comme dans certains Hyaks d'Angleterre; mais dans tous les grands Vaiſſeaux qui ont beſoin de vîteſſe l'on met toujours quatre Mâts inferieurs, ſçavoir le grand Mât, le Mât de Miſene, l'Artimon & le Beaupré; ſur ces quatre Mâts l'on ente quatre Mâts de Hune, dont deux ſe nomment Perroquets; ſçavoir le Mât de Hune d'Artimon qui ſe nomme Perroquet de Fougue, & le Mât de Hune de Beaupré qu'on nomme Perroquet de Beaupré.

On ente auſſi des Perroquets ſur les Mâts de Hune, du grand Mât, & du Mât de Miſene.

1°. Si l'on fait attention que la voilure élevée eſt excellente dans un beau tems, & très-mauvaiſe dans un tems gros, l'on appercevra tout d'un coup les avantages des Mâts de Hunes dont on peut amener les voiles dans un mauvais tems & dont l'on peut ſe ſervir dans le beau.

2°. Si l'on remarque que l'uſage de la voilure eſt non-ſeulement de faire avancer le Vaiſſeau, mais auſſi de le gouverner, & qu'ainſi il faut qu'il y ait des voiles que l'on puiſſe manier facilement; l'on ſentira la néceſſité de mettre quatre Mâts inferieurs.

Car ſi l'on ne mettoit que deux Mâts dans un Vaiſſeau, il faudroit que ces deux Mâts puſſent recevoir autant de vent que quatre, autrement ils n'auroient pas les mêmes avantages que quatre Mâts. Il faudroit donc que les voiles de ces deux Mâts fuſſent auſſi grandes que les voiles des quatre Mâts, ſçavoir du grand Mât, du Mât de Miſene, du Mât d'Artimon & du Beaupré.

Mais les voiles de ces deux Mâts étant trop grandes, on ne pourroit point 1°. les manier comme l'on fait la voile d'Artimon, dans les differentes manœures. 2°. La voilure deviendroit trop élevée & donneroit par conſéquent trop d'avantage au vent pour renverſer le Vaiſſeau.

Donc quatre Mâts ſont plus avantageux que deux, lorſque les Vaiſſeaux ſont grands, & que l'on peut mettre les Mâts à une diſtance ſuffiſante les uns des autres pour qu'ils puiſſent tous recevoir le vent.

On trouve par la même raiſon, plus d'avantage dans quatre Mâts que dans deux. Car premierement la voilure du Beaupré ne nuiſant point à la voilure des autres Mâts, il eſt évident qu'on ne peut le retrancher ſans perdre gratuitement tous les avantages qu'on en pourroit tirer. Mais l'on trouve beaucoup plus d'avantage dans les trois autres Mâts que dans deux, attendu qu'avec trois Mâts l'on peut faire les voiles du grand Mât & celle du Mât de Miſene fort grandes, & que l'on peut réſerver le Mât d'Artimon pour gouverner le Vaiſſeau dans un gros tems, lorſqu'on ne peut pas ſe ſervir des autres Mâts, & même pour le gouverner dans un beau tems.

On m'objectera que la grande voile demeure ſouvent inutile, ſçavoir lorſque l'on a le vent en poupe, ou qu'il ne fait qu'un petit angle avec la Quille du Vaiſſeau; & qu'ainſi il faudroit reculer le grand Mât, & par conſéquent retrancher le Mât d'Artimon qui en ſeroit trop près, parce qu'en reculant le Mât d'Artimon, l'on pourroit nuire à la barre du gouvernail qui a beſoin d'être longue.

Je répons à cela que dans ce cas la voile d'Artimon reçoit le vent comme celle du grand Mât le recevroit ſi le grand Mât étoit en la place de l'Artimon, car la voile du grand Mât n'étant que double de celle d'Artimon, l'on ne pourroit tout au plus, que recevoir une fois plus de vent avec le grand Mât qu'avec l'Artimon. Je dis plus, qu'on ne pourroit recevoir plus de vent avec la voile du grand Mât reculé qu'on n'en reçoit avec la voile d'Artimon. Car dans ce cas, la voile du grand Mât devant faire l'office de la voile d'artimon, il la faudroit faire plus petite pour la rendre plus facile à manier.

Donc quand les Vaiſſeaux ſont grands, il faut mettre quatre Mâts, ſçavoir le grand Mât, le Mât de Miſene, le Mât d'Artimon & le Mât de Beaupré, ſur leſquels on ente des Mâts de Hune, & ſur les Mâts de Hune du grand Mât & du Mât de Miſene, l'on ente des Perroquets.

Il eſt évident qu'un plus grand nombre de Mâts que quatre ſeroit inutile, & même nuiſible; attendu que les voiles ſe couvriroient les unes les autres.

Nous avons vû dans les deux Articles précedens dans quel rapport il falloit faire les hauteurs de ces Mâts lorſque leur poſition eſt donnée; & dans quel rapport il falloit faire leurs diſtances au point P, quand leurs hauteurs ſont données. Enfin nous avons fait voir dans quel rapport il falloit faire la hauteur du Beaupré & la longueur de ſa vergue par rapport aux autres Mâts. Fig. XIV.

CHAPITRE V.

Où l'on examine quelle proportion on doit obſerver dans la Mâture de differens Vaiſſeaux.

IL faut garder dans la Mâture de differens Vaiſſeaux une proportion telle que le vent n'ait pas plus d'avan-

tage pour faire pancher un petit Vaiſſeau qu'un grand. Pour cela il faut examiner quelle eſt la réſiſtance qu'un Vaiſſeau fait au vent qui le fait pancher ; & quelle eſt la force du vent pour le faire pancher : enſuite je déterminerai dans quel rapport doit être la hauteur des Mâts de différens Vaiſſeaux.

ARTICLE I.

Quelle eſt la réſiſtance qu'un Vaiſſeau fait au vent qui le fait pancher.

Lorſqu'un Vaiſſeau quelconque flotte librement dans l'eau ou ſur l'eau, le centre de gravité de ce Vaiſſeau & le centre de gravité du volume d'eau qu'il occupe ſont dans la même verticale.

DEMONSTRATION.

L'eau que le Vaiſſeau a chaſſé pour en occuper la place fait pour reprendre ſa place un effort égal à celui que le Vaiſſeau a fait pour l'en faire ſortir, c'eſt-à-dire, égal à la peſanteur du Vaiſſeau, enſorte que ces deux efforts ſont équilibre entr'eux : mais lorſque deux forces ſont en équilibre entr'elles, elles ſont oppoſées dans leurs directions. Donc la peſanteur ou force verticale du Vaiſſeau qui eſt reunie à ſon centre de gravité, eſt oppoſée à l'effort de l'eau qui eſt auſſi réuni à ſon centre de gravité.

Donc les centres de gravité du Vaiſſeau & de l'eau dont il occupe la place ſont dans la même verticale.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

Fig. XV. Donc ſi l'on fait ſortir le centre de gravité P du Vaiſ-

ſeau de la verticale CZ qui paſſe par le centre de gravité C du volume d'eau qu'il occupe ; 1°. ce Vaiſſeau fera effort pour prendre une ſituation telle que ſon centre de gravité P & le centre de gravité C du volume d'eau qu'il occupera ſoient dans la même verticale CZ.

2°. L'énergie de cet effort ſera égal à la peſanteur du Vaiſſeau multipliée par la diſtance CR du centre de gravité C, du volume d'eau qu'il occupe à la direction verticale RP de ſon centre de gravité P.

Car lorſque le centre de gravité du Vaiſſeau eſt retenu par quelque puiſſance hors la verticale du centre de gravité C de la place qu'il occupe ; la peſanteur du Vaiſſeau & cette puiſſance ſont en équilibre ſur le centre de gravité C de la place que le Vaiſſeau occupe. Ainſi l'énergie du Vaiſſeau eſt égale à ſa peſanteur multipliée par la diſtance CR du centre de gravité de la place que le Vaiſſeau occupe dans l'eau ; à la direction PR du centre de gravité du Vaiſſeau.

ARTICLE II.

Quelle eſt la proportion qu'il faut obſerver dans la hauteur des Mâts de deux Vaiſſeaux ſemblables & ſemblablement chargez.

Soient deux Vaiſſeaux ſemblables & ſemblablement chargez dont les longueurs ſoient l, λ (Fig. XV. & XVI.)
les largeurs . . . . r, ρ
les hauteurs des Mâts . . . m, μ
les ſurfaces des voiles . . . u, v
& les peſanteurs . . . . p, π

La mâture de ces deux Vaiſſeaux doit être telle qu'étant expoſez au même vent avec leurs voiles, l'un ne panche pas plus que l'autre.

Soient donc les deux Vaiſſeaux propoſez expoſez au même vent & également inclinez.

Comme ces deux Vaiſſeaux ſont ſemblables, les places qu'ils occuperont dans l'eau ſeront ſemblables, enſorte que les centres de gravité de ces Vaiſſeaux & des places qu'ils occuperont ſeront ſemblablement poſez. L'on aura donc CR : *cr* : : DE : *de* : : *r* : *ρ* : : *l* : λ

Donc . . CR : *cr* : : *l* : λ

Mais puiſque les Vaiſſeaux ſont ſemblables $p : \pi :: l^3 : \lambda^3$ c'eſt-à-dire, que leurs peſanteurs ſont comme les cubes de leurs longueurs.

Donc en multipliant ces deux analogies

$p \times CR : \pi \times cr :: l^4 : \lambda^4$

C'eſt-à-dire, que les énergies que des Vaiſſeaux ont pour reprendre leur ſituation naturelle ſont comme les quatriémes puiſſances l^4, λ^4 de leurs longueurs, lorſqu'ils ſont ſemblables & ſemblablement inclinez.

D'un autre côté puiſque la force du vent eſt la même pour ces deux Vaiſſeaux, les énergies que le vent aura pour les faire pancher ſeront comme les ſurfaces des voiles multipliées par les hauteurs des Mâts, c'eſt-à-dire, comme mu, $\mu\nu$.

Mais les énergies du vent pour faire pancher ces Vaiſſeaux ſont comme les énergies que ces Vaiſſeaux ont pour ſe redreſſer.

L'on aura donc $mu : \mu\nu :: l^4 : \lambda^4$.

D'ou l'on tire cette formule $mu\lambda^4 = \mu\nu l^4$.

qui nous fournira le rapport qu'il doit y avoir entre les Mâts de differens Vaiſſeaux ſemblables, comme nous allons le voir dans les Corollaires ſuivans.

Corollaire I.

Si les longueurs & les largeurs des voiles ſont comme les longueurs des Vaiſſeaux, leurs ſurfaces ſeront comme

les quarrez des longueurs des Vaiſſeaux, c'eſt-à-dire, qu'on aura $u : v :: ll : \lambda\lambda$.

ce qui donne $u\lambda\lambda = vll$.

& diviſant par cette égalité la formule $mu\lambda^4 = \mu vl^4$.

On aura $m\lambda^2 = \mu l^2$ de laquelle on tire $m : \mu :: l^2 : \lambda^2$; c'eſt-à-dire, que les hauteurs des Mâts de deux Vaiſſeaux ſemblables doivent être comme les quarrez des longueurs des Vaiſſeaux, lorſque les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les longueurs des Vaiſſeaux.

COROLLAIRE II.

Si l'on fait les longueurs & les largeurs des voiles comme les hauteurs des Mâts.

On aura leurs ſurfaces $u : v :: mm : \mu\mu$

Ce qui donne $u\mu\mu = vmm$.

Et diviſant par cette égalité la formule $mu\lambda^4 = \mu vl^4$.

On aura $\frac{m\lambda^4}{\mu\mu} = \frac{\mu l^4}{mm}$ ou $m^3\lambda^4 = \mu^3 l^4$.

D'où l'on tire $m^3 : \mu^3 :: l^4 : \lambda^4$.

C'eſt-à-dire, que quand les hauteurs & largeurs des voiles ſont comme les hauteurs des Mâts, les cubes des hauteurs des Mâts doivent être comme les quatriémes puiſſances des longueurs des Vaiſſeaux que je ſuppoſe ſemblables.

COROLLAIRE III.

Si les hauteurs des voiles ſont comme les hauteurs des Mâts, & leurs largeurs comme les longueurs des Vaiſſeaux.

On aura les ſurfaces des voiles $u : v :: ml : \mu\lambda$.

Ce qui donne $u\mu\lambda = vml$.

Et diviſant par cette égalité la formule $mu\lambda^4 = \mu vl^4$.

On aura $\frac{m\lambda^3}{\mu} = \frac{\mu l^3}{m}$ ou $mm\lambda^3 = \mu\mu l^3$.

D'où l'on tire $mm : \mu\mu :: l^3 : \lambda^3$.

C'eſt-à-dire, que les quarrez des hauteurs des Mâts doivent être comme les cubes des longueurs des Vaiſſeaux quand les hauteurs des voiles ſont comme les hauteurs des Mâts & leurs largeurs comme les longueurs des Vaiſſeaux.

ARTICLE III.

Quel rapport il faut obſerver dans la mâture des Vaiſſeaux qui ſont ſemblables en gabarits, c'eſt-à-dire, en hauteur & en largeur ſeulement, & non en longueur.

SOLUTION.

J'appelle deux Vaiſſeaux *ſemblables en gabarits*, lorſque la Section perpendiculaire à la Quille où le profil du maître Beau de l'un eſt ſemblable au maître Beau de l'autre, qu'après avoir encore coupé ces deux Vaiſſeaux perpendiculairement à leur Quille, de maniére que ces Quilles ſoient coupées dans la même raiſon, l'on trouve les Sections ſemblables & dans le même rapport que les Sections des maîtres Beaux.

Comme il arrive ſouvent de faire de tels Vaiſſeaux ſans faire leurs longueurs dans le même rapport que leurs largeurs, il faut examiner quel rapport on doit obſerver dans la hauteur de leurs Mâts.

Soient deux Vaiſſeaux ſemblables en gabarits & ſoit

leur longueur . . .	l, λ
leur largeur	$r : \rho$
leur peſanteur . . .	$p : \pi$
la ſurface de leurs voiles . .	$u : v$
la hauteur de leurs Mâts . .	$m : \mu$

Puiſque les Sections perpendiculaires à la Quille ſont ſemblables,

ſemblables, elles ſeront entr'elles comme les quarrez des largeurs des Vaiſſeaux.

Cela poſé, ſoient les ſections moyennes de ces Vaiſſeaux . . . . $g : \gamma$

On aura . . . $g : \gamma :: rr : \rho\rho$

Donc . . . $lg : \lambda\gamma :: lrr : \lambda\rho\rho$

C'eſt-à-dire, que les ſolides lg $\lambda\gamma$ de ces Vaiſſeaux ſeront comme leurs longueurs multipliées par les quarrez de leurs largeurs.

Mais ſi les Vaiſſeaux ſont chargez ſemblablement, leurs charges p ; π ſeront comme leurs ſolides, c'eſt à-dire, comme les produits faits de leurs longueurs & des quarrez de leurs largeurs. Donc $p : \pi :: lrr : \lambda\rho r$.

Les parties des Sections perpendiculaires à la Quille qui enfoncent dans l'eau étant auſſi ſemblables, les centres C, c de gravité des places que les Vaiſſeaux occupent dans l'eau ſont ſemblablement poſez dans les Sections correſpondantes où ils ſe trouvent, parce que les Sections ſont ſemblables, & que l'on ſuppoſe ces Vaiſſeaux ſemblablement poſez dans l'eau.

Mais les centres de gravité des Vaiſſeaux ſe trouvent dans la même Section que les centres de gravité des volumes d'eau qu'ils occupent, & y ſont ſemblablement poſez.

Donc les diſtances CR, cr des centres de gravité des places que les Vaiſſeaux occupent dans l'eau, aux directions verticales PR, pr des centres de gravité P. p des mêmes Vaiſſeaux ſont dans des Sections ſemblables, & ſont entr'elles comme les largeurs des Vaiſſeaux ou de ces Sections. Ainſi . . CR : $cr :: r : \rho$

Mais nous avons vû que . $p : \pi :: lrr : \lambda\rho\rho$

Donc l'on aura $p \times CR : \pi \times cr :: lr^3 : l\rho^3$.

Mais $p \times CR$ & $\pi \times cr$ ſont les énergies que les Vaiſſeaux ont pour ſe redreſſer.

Donc ces énergies ſont comme les produits faits de leurs longueurs & des cubes de leurs largeurs.

D'un autre côté les efforts que fait le même vent ſur deux differens Vaiſſeaux étant comme les ſurfaces des voiles, les énergies du vent pour les renverſer ſeront comme les ſurfaces des voiles multipliées par les hauteurs des Mâts, c'eſt-à-dire :: um , $v\mu$.

Mais puiſque l'effort que fait le vent pour pancher le Vaiſſeau eſt en équilibre avec l'effort que fait le Vaiſſeau pour ſe redreſſer.

Il faut que l'énergie du Vaiſſeau ſoit égale à l'énergie du vent.

Donc . . $lrrr : \lambda ppp :: um : v\mu$

Ce qui donne cette formule $lr^3v\mu = \lambda p^3 um$

Dans laquelle on peut trouver le rapport qu'il faut mettre entre les Mâts de deux Vaiſſeaux ſemblables en gabarits, comme on le va voir dans les Corollaires ſuivans.

Corollaire I.

Si les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les longueurs des Vaiſſeaux, les ſurfaces u , v des voiles ſeront comme les quarrez ll, $\lambda\lambda$ des longueurs des Vaiſſeaux, c'eſt-à-dire, que $u : v :: ll : \lambda\lambda$

Ce qui donne $vll = u\lambda\lambda$

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda p^3 um$.

On aura $\frac{r^3 u}{l} = \frac{p^3 m}{\lambda}$.

D'où l'on tire $m : \mu :: \frac{r^3}{l} : \frac{p^3}{\lambda}$;

C'eſt-à-dire, que les hauteurs $m\,\mu$ des Mâts doivent être comme les cubes des largeurs des Vaiſſeaux diviſez par les longueurs ; lorſque les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les longueurs des Vaiſſeaux.

Corollaire II.

Si les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme

les largeurs r, ρ des Vaiſſeaux, l'on aura $u : v :: rr : \rho\rho$.

Et par conſéquent $vrr = u\rho\rho$

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$

On aura . . . $lr\mu = \lambda\rho m$.

D'où l'on tire . . . $m : u :: lr : \lambda\rho$.

C'eſt-à-dire, que les hauteurs m, μ des Mâts doivent être comme les produits lr, $\lambda\rho$ des longueurs des Vaiſſeaux par leurs largeurs, quand les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les largeurs des Vaiſſeaux.

COROLLAIRE III.

Si l'on fait les hauteurs & les largeurs des voiles comme les hauteurs m, μ des Mâts, l'on aura $u ; v :: mm : \mu\mu$ & par conſéquent $vmm = u\mu\mu$

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$.

On aura $\frac{lr^3\mu}{mm} = \frac{\lambda\rho^3 m}{\mu\mu}$, ou $lr^3\mu^3 = \lambda\rho^3m^3$.

D'où l'on tire $m^3 : \mu^3 :: lr^3 : \lambda\rho^3$.

Ou bien $m : \mu :: r\sqrt[3]{l} : \rho\sqrt[3]{\lambda}$

C'eſt-à-dire, que les hauteurs m, μ des Mâts doivent être entr'elles comme les largeurs des Vaiſſeaux multipliées par les racines cubiques de leurs longueurs, quand les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les hauteurs des Mâts.

COROLLAIRE IV.

Si l'on fait $u : v :: lr : \lambda\rho$, c'eſt-à-dire, les ſurfaces des voiles comme les produits des longueurs & des largeurs des Vaiſſeaux, l'on aura $vlr = u\lambda\rho$.

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$.

On aura $r^2\mu = \rho^2m$.

D'où l'on tire $m ; \mu :: rr : \rho\rho$;

C'eſt-à-dire, que les hauteurs des Mâts doivent être

comme les quarrez des largeurs des Vaiſſeaux, quand les ſurfaces des voiles ſont comme les produits des longueurs & des largeurs des Vaiſſeaux.

COROLLAIRE V.

Si l'on fait $u : v : lm : \lambda\mu$, c'eſt-à-dire, les ſurfaces des voiles comme les produits des longueurs des Vaiſſeaux & des hauteurs des Mâts, l'on aura $vlm = u\lambda\mu$.

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$.

On aura $\frac{r^3\mu}{m} = \frac{\rho^3 m}{\mu}$, ou $r^3\mu\mu = \rho^3 mm$.

D'où l'on tire $mm : \mu\mu :: r^3 : \rho^3$

C'eſt-à-dire, que les quarrez des hauteurs des Mâts doivent être comme les cubes des largeurs des Vaiſſeaux, quand les ſurfaces des voiles ſont comme les produits des longueurs & des largeurs des Vaiſſeaux.

COROLLAIRE VI.

Si l'on fait $u : v :: mr : \mu\rho$, c'eſt-à-dire, les ſurfaces des voiles comme les produits des hauteurs des Mâts, & des largeurs des Vaiſſeaux, l'on aura $vmr = u\mu\rho$.

Et diviſant par cette égalité la formule $lr^3u\mu = \lambda\rho^3um$.

On aura $\frac{lr^2\mu}{m} = \frac{\lambda\rho^2 m}{\mu}$, ou $lr^2\mu^2 = \lambda\rho^2 m^2$;

D'où l'on tire $mm : \mu\mu :: lrr : \lambda\rho\rho$,

C'eſt-à-dire, que les quarrez des hauteurs des Mâts doivent être comme les ſolides faits des longueurs des Vaiſſeaux par les quarrez de leurs largeurs.

COROLLAIRE VII.

Si l'on fait $u : v :: lrm : \lambda\rho\mu$, c'eſt-à-dire, les ſurfaces des voiles comme les ſolides faits des hauteurs des Mâts,

des longueurs, & des largeurs des Vaiſſeaux;

On aura $vlrm = u\lambda\rho\mu$.

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$

On aura $\frac{rr\mu}{m} = \frac{\rho\rho m}{\mu^2}$, ou $rr\mu\mu = \rho\rho mm$ ou $r\mu = \rho m$,

D'où l'on tire $m : \mu :: r : \rho$,

C'eſt-à-dire, que les hauteurs des Mâts doivent être comme les largeurs des Vaiſſeaux quand les ſurfaces des voiles ſont comme les ſolides faits des hauteurs des Mâts, des longueurs & des largeurs des Vaiſſeaux.

Il eſt donc évident que l'on pourra toujours déterminer par ces deux articles quel rapport il doit y avoir entre les hauteurs des Mâts de differens Vaiſſeaux, dans quelque rapport que l'on varie les dimenſions des voiles ou leurs ſurfaces. Car l'Article II. fournira toujours une formule pour les Vaiſſeaux ſemblables en gabarits & en longueur. Et le III. Article fournira une formule pour les Vaiſſeaux qui ſont ſeulement ſemblables en gabarits.

REMARQUE GENERALE.

Avant de finir abſolument ce Memoire, il eſt bon de faire quelques remarques ſur les principales choſes que nous y avons traitées, & ſur celles que nous y avons ſuppoſées.

Dans le Chapitre premier.

Nous avons examiné de quelle maniere un fluide réſiſtoit au mouvement des plans, & dans quels rapports ſe faiſoient ces réſiſtances.

Dans le ſecond Chapitre.

Nous avons cherché la direction de la réſiſtance compoſée de toutes les réſiſtances qu'une figure rectiligne

quelconque, & une figure terminée par des arcs de cercle, trouvoit dans un fluide, ce qui étoit abſolument néceſſaire pour ſçavoir où l'on devoit planter le Mât.

Dans le troiſiéme Chapitre.

Nous avons examiné quel étoit l'endroit le plus avantageux pour planter le Mâts lorſqu'il n'y en avoit qu'un, & nous avons déterminé qu'il le falloit placer dans un point de la Quille où elle eſt coupée par la direction de la réſiſtance compoſée de toutes les réſiſtances que le Vaiſſeau trouve dans l'eau. Mais comme ce point n'eſt pas toujours le même, nous avons dit qu'il en falloit choiſir un tel que le gouvernail y pût toujours faire paſſer la direction de la réſiſtance compoſée que trouve le Vaiſſeau, & nous avons déterminé ce point dans le rhombe.

Dans le Chapitre quatriéme.

Nous avons examiné tout ce qui peut concerner les hauteurs, le nombre & les ſituations des Mâts d'un même Vaiſſeau; car

1°. Dans l'Article I. nous avons démontré que les intervalles des Mâts doivent être comme les ſommes des demi-vergues qui ſont aux extrémitez de ces intervalles.

Dans l'Article II. nous avons démontré que les hauteurs des Mâts étoient comme les longueurs des vergues quand les voiles ſont ſemblables, ce que nous avons ſuppoſé dans les articles ſuivans.

Dans l'Article III. nous avons déterminé les hauteurs les plus convenables des Mâts lorſque leur ſituation eſt donnée.

Dans l'Article IV. nous avons déterminé les places les plus avantageuſes qu'il falloit donner aux Mâts quand leur hauteur eſt donnée.

Dans l'Article V. nous avons examiné les proprietez

du Beaupré, & nous avons déterminé ſa voilure quand ſa diſtance eſt donnée au centre de force.

Et dans l'Article VI. nous avons examiné quel effet produiroit un plus petit nombre de Mâts, & nous avons conclu qu'un plus grand nombre de Mâts que quatre ſeroit inutile.

Dans le Chapitre cinquiéme.

Nous avons examiné le rapport que l'on devoit obſerver pour les hauteurs des Mâts de differens Vaiſſeaux.

Dans l'Article II. nous avons déterminé ce rapport pour les Vaiſſeaux ſemblables en longueur & en gabarits.

Enfin dans l'Article III. nous avons déterminé ce rapport pour les Vaiſſeaux qui ſont ſemblables en gabarits ſeulement, & non en longueur.

Nous n'avons donné dans ce dernier Chapitre & le précedent que des rapports ; car on ne peut rien déterminer abſolument dans ces ſortes de matieres, qu'en connoiſſant, 1°. la peſanteur abſoluë d'un Vaiſſeau, la poſition exacte de ſon centre de gravité, & la poſition du centre de gravité du volume d'eau qu'il occupe ; enfin la plus grande force du vent dont on ſe ſert. Si toutes ces choſes étoient données, l'on pourroit déterminer abſolument toutes les meſures dont nous avons donné les rapports géneraux.

FIN.

Approbation de Meſſieurs de l'Academie.

L'Academie a jugé que cette Piece qui a pour deviſe : *Omnes enim trahimur & ducimur ad cognitionis & ſcientiæ cupiditatem, &c.* & la ſuivante dont la deviſe eſt : *Illi robur & æs triplex circa pectus erat, &c.* meritoient d'être imprimées, & qu'il falloit que le Public profitât des recherches curieuſes & des nouvelles vûës qu'elles contiennent. En foi de quoi j'ai ſigné le preſent Certificat. A Paris le 10. Avril 1728.

FONTENELLE, *Sec.*
perp. de l'Acad. R. des Sc.

ERRATA.

Page 6. *ligne* 1. *de l'Article IV. au lieu de*, Si deux plans inégaux AB, AC, *liſez*, ſi deux plans inégaux AB, AM.

Page 18. *ligne pénultiéme, au lieu de*, qui le touche, *liſez*, qui la touche.

Page 20. *ligne pénultiéme, au lieu de*, PM, PM, TS, *liſez*, PM, PN, TS.

Page 21. *ligne* 2. *au lieu de*, BC, *liſez*, BE.

9286
C

9286
C

Com 1/1-5 42
Museo Marítimo
BIBLIOTECA
—
N.º del inventario 9286
Reg. 5616
629.12.04
Del